

I primi risultati ottenuti nella stazione per lo studio delle maree della verticale della Grotta Gigante

ANTONIO MARUSSI

I. PREMessa. — L'Anno Geofisico Internazionale ha riproposto, fra i molteplici temi di ricerca, anche quello delle maree della crosta terrestre; argomento antico, intorno al quale si era già raccolta una quantità non trascurabile di materiale sperimentale ed ancor più di bellissime ricerche teoriche, ma il cui sviluppo aveva indubbiamente sofferto per la mancanza di coordinazione fra i vari ricercatori. Tale difetto è stato ora almeno in parte eliminato grazie all'azione di coordinamento iniziata dall'organizzazione dell'Anno Geofisico e che si continua, con l'istituzione di un Centro Internazionale per lo studio delle Maree della Crosta, nel seno dell'Associazione Internazionale di Geodesia presieduta dal prof. Gino Cassinis.

Allorchè il Comitato Nazionale per l'A.G.I., presieduto dal prof. Paolo Dore, presentò ai vari Istituti universitari i temi che si proponevano, mi parve opportuno assumere per l'Istituto di Topografia e Geodesia dell'Università di Trieste quello dello studio delle maree terrestri, guidato in ciò da varie considerazioni, alcune di carattere per dir così storico, altre di carattere contingente.

Anzitutto, Trieste già aveva nel lontano passato coltivato ricerche di questo genere; nel 1898 infatti Mazelle, direttore dell'allora I. R. Osservatorio Marittimo (che dopo la rendenzione doveva scindersi dando vita agli attuali Osservatorio Astronomico, Istituto Talassografico, ed Osservatorio Geofisico) aveva iniziato lo studio delle deformazioni della crosta terrestre mediante tre pendoli di Rebeur-Ehlerl collocati nello scantinato che si trova tuttora sotto la torre dell'Osservatorio Astronomico, di cui uno diretto verso E ($\alpha = 90^\circ$), il secondo diretto verso W 60° S ($\alpha = 210^\circ$) ed il terzo verso W 60° N ($\alpha = 330^\circ$) registrando con continuità per 12 mesi, e cioè dal settembre 1898 all'agosto 1899, le flessioni del suolo. A stretto rigore, gli studi del Mazelle non avevano diretto riguardo alle maree vere e proprie della crosta, ma piuttosto alle deformazioni superficiali dovute ad effetti termici; chè la collocazione dei pendoli in posizione tanto esposta non avrebbe consentito di più; ma è doveroso ricordare questi studi, condotti del resto con passione e rigore.

Più importanti dal punto di vista dello studio delle maree terrestri sono invece gli studi condotti negli anni 1931 al 1933 dal prof. Luigi Carnera, allora direttore dell'Osservatorio Astronomico di Trieste, che costruì nelle officine dell'Osservatorio, e collocò nella Grotta di Postumia, una coppia di pendoli orizzontali del tipo di Schweydar, registrando per un periodo di circa 20 mesi le maree della verticale nelle due componenti. Purtroppo le osservazioni del prof. Carnera non furono mai compiutamente analizzate; ma le registrazioni sono ancor sempre disponibili, e non si dispera di poterle un giorno utilizzare.

Nel ricordare il contributo dato da Trieste a questo problema ed a quello ad esso vicino delle maree marine, non si deve poi dimenticare l'essenziale contributo portato allo studio dei fenomeni periodici dal compianto prof. Francesco Vercelli, che fu per lunghi anni direttore dell'allora Istituto Geofisico; tanto più che a Lui si deve l'impianto della eccellente stazione sismologica annessa all'Istituto, ed ora all'Osservatorio Geofisico, dalla quale è nata la nuova scuola sismologica italiana.

Queste le ragioni storiche che mi avevano fatto da tempo pensare all'opportunità di riprendere nell'ambito dell'Università che intanto era sorta a Trieste le ricerche sulle maree della crosta; ragioni alle quali venivano ad aggiungersi quelle di carattere ambientale che sembravano offrire eccellenti condizioni per continuare gli studi.

È ben noto come le osservazioni di movimenti tanto minuti richieda un ambiente che sia per quanto possibile sottratto all'azione delle perturbazioni esterne, quali soprattutto le instabilità locali del suolo, i carichi variabili, le oscillazioni termiche; onde tutti gli strumenti che occorrono allo scopo, ed in particolare i pendoli orizzontali, vengono sempre collocati a grande profondità nel suolo, e per lo più in gallerie naturali o miniere. Così aveva fatto il prof. Carnera, che aveva collocato i suoi pendoli in una galleria della grotta di Postumia; la scelta di cavità naturali, quali sono quelle carsiche, appare poi tanto più raccomandabile per la compattezza della roccia nella quale esse si aprono ed anche e soprattutto per il fatto che non sono da temere nelle cavità naturali movimenti di assestamento che invece non mancano mai negli scavi artificiali. L'abbondanza di cavità carsiche nell'immediato retroterra di Trieste offriva dunque condizioni particolarmente propizie per l'impianto di una stazione che desse garanzie di grande stabilità ed assenza di disturbi locali.

Fra tutte le cavità carsiche che si trovano nelle immediate vicinanze di Trieste, appariva poi particolarmente adatta la grotta Gigante, e ciò per la duplice ragione della sua agevole accessibilità e del fatto che la cavità è fornita di un impianto elettrico che assicura la sua illuminazione e la disponibilità di energia.

Ma, di più, la grotta Gigante offriva la possibilità di sospendere sulla sua volta dei pendoli orizzontali di grandissime dimensioni e di realizzare quindi un'apparecchiatura dotata di eccezionale stabilità e sensibilità.

A queste favorevoli circostanze si deve aggiungere l'altra, che la Commissione Grotte della Società Alpina delle Giulie, Sezione di Trieste del Club Alpino Italiano, proprietaria della Grotta, non solo diede prontamente l'assenso per l'impianto degli strumenti e per l'utilizzazione della linea elettrica, ma offrì anche attiva collaborazione nel difficile lavoro d'impianto degli strumenti.

L'apparecchiatura è stata ampiamente descritta in occasione del III Symposium sulle Maree della Crosta terrestre tenuto a Trieste nel 1959; mi limiterò perciò a riportare le essenziali caratteristiche meccaniche degli strumenti. In questa Nota saranno invece discussi con qualche ampiezza i primi risultati ottenuti dalle registrazioni, e dalle loro analisi.

Prima però di chiudere questi accenni di carattere generale, è opportuno osservare ancora che a fianco della stazione per lo studio delle maree della verticale, ha funzionato regolarmente ed ininterrottamente un gravimetro registratore Askania, e ciò a partire dal mese giugno 1959 al luglio 1960. Il gravimetro è di proprietà dell'Istituto di Geodesia dell'Università di Padova; esso è stato posto in opera e curato nel suo funzionamento dal prof. Armando Norinelli della stessa Università. Il gravimetro è stato collocato sul fondo della Grotta Gigante, ad una distanza di circa 30 metri dai pendoli orizzontali, e ad una quota di circa 4 metri più bassa.

2. COSTANTI MECCANICHE E GEOMETRICHE DEI PENDOLI; DATI STATISTICI SULLE OSSERVAZIONI. — La stazione è situata in un punto di coordinate:

$$\varphi = 45^{\circ} 42' 30''$$

$$\lambda = 13^{\circ} 45' 48'' = 55^{\text{m}} 03,2^{\text{s}};$$

la massa dei pendoli si trova ad una quota di 164,2 m, gli attacchi superiori ad una quota di 244,6 m, mentre la quota del suolo all'ingresso della grotta è di 274,2 m.

Le costanti meccaniche e geometriche dei pendoli sono riportate qui di seguito e negli specchi n. 1 e 2.

filo di sospensione superiore:

modulo di rigidità	$1,80 \times 10^{12} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$
diametro del filo	$50 \times 10^{-3} \text{ cm}$
costante elastica	$139 \text{ gr cm}^2 \text{ sec}^{-2}$

filo di sospensione inferiore:

modulo di rigidità	$1,30 \times 10^{12} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$
diametro del filo	$20 \times 10^{-3} \text{ cm}$
costante elastica	$270 \text{ gr cm}^2 \text{ sec}^{-2}$

Specchio I — COSTANTI DEI PENDOLI.

	Pendolo A Componente E W	Pendolo B Componente N S
Peso totale, compresi i fili	17,210 kg	17,225 kg
Distanza del centro di gravità dalla sospensione di coda	131,2 cm	131,4 cm
Periodi oscillazione nel piano verti- cale, intorno alla sospensione di coda	2,40 sec	2,41 sec
Distanza dell'asse attuale di rota- zione dall'attacco di coda	5,57 cm	5,72 cm
Momento d'inerzia (compresi i fili) rispetto all'asse attuale di rota- zione	$296,216 \times 10^3 \text{ gr cm}^2$	$296,920 \times 10^3 \text{ gr cm}^2$
Lunghezza equivalente del pendolo rispetto all'asse attuale di rota- zione	137,04 cm	137,13 cm

La stazione ha cominciato a funzionare con regolarità dalla mezzanotte del giorno 29 maggio 1959 ad oggi, con le seguenti interruzioni:

Componente N S:

dal	al	dal	al
	1959		1959
11/10	17/10	11/12	12/12
25/10	19/11	27/12	5/1/1960
3/12	5/12	9/1	13/1

Componente E W:

19/7	5/9	1/12	5/12
11/10	17/10	11/12	13/12
25/10	19/11	14/12	13/1/1960

Gran parte delle interruzioni sono dovute al fatto che, per l'eccessivo ingrandimento inizialmente attribuito ai pendoli, spesso le luci uscivano dalla fessura del registratore; nel mentre la grande interruzione dal 25 ottobre 1959 al 19 novembre 1959 è dovuta alla sostituzione dei fili di acciaio inossidabile con fili di tungsteno ed alla sostituzione delle plastiche di protezione dei fili con altre più ampie.

Specchio 2 — PERIODO DI OSCILLAZIONE DEI PENDOLI E GRANDEZZE DA ESSO DERIVATE DETERMINATE IN VARIE EPOCHE.

Data	Pendolo A - Componente E W						Pendolo B - Componente N S					
	T _{oss} sec	T sec	ingrandimento statico	Registrazione mm/m sec	Aggetto attacchi mm	lunghezza equivalente km	T _{oss} sec	T sec	Ingrandimento statico	Registrazione mm/m sec	Aggetto attacchi mm	lunghezza equivalente km
23.12.58	112	112,03	2 360	0,07115	34,07	3,12	115	155,03	2 492	0,07440	32,26	3,28
26. 2.59	672	677,43	83 383	2,514	0,96	112,17	—	—	—	—	—	—
1. 3.59	—	—	—	—	—	—	751	758,54	104 230	3,112	0,77	140,10
22. 5.59	486	499,4	47 230	1,460	1,67	59	494	508,3	48 930	1,470	1,60	61
18.11.59	704,2	710,51	91 615	2,762	0,88	123,18	748,3	755,75	103 474	3,089	0,78	139,09
4.12.59	657,9	662,99	79 816	2,406	1,01	107,51	—	—	—	—	—	—
10. 1.60	654,9	659,92	79 057	2,383	1,02	106,54	731,1	738,05	98 785	2,949	0,81	132,77
12. 1.60	502,0	504,24	46 137	1,391	1,74	62,60	512,8	515,18	48 080	1,435	1,67	65,32

N. B.: T_{oss} è il periodo osservato; T è il periodo che i pendoli avrebbero in assenza di torsione ai fili di sospensione.

3. SPOGLIO ED ANALISI DELLE REGISTRAZIONI. — Le registrazioni fotografiche tracciate dai pendoli vengono lette ad ogni ora, in corrispondenza della marca oraria lasciata sulla striscia fotografica dal marcatempo; tale marca porta anche delle linee di fede che provengono da sottili incisioni sul prisma lungo il quale la carta scorre, e dalle quali sono dunque misurate in millimetri, con la precisione del decimo di millimetro, le ordinate.

Poichè le marche luminose sono tre per ciascun pendolo (al fine di ampliare la capacità del registratore), tutte le letture sono ridotte alla marca luminosa centrale, e queste vengono registrate su di un catalogo. Tutte le misure vengono immediatamente convertite in millisecondi, mediante moltiplicazione per i rispettivi fattori di ingrandimento.

Confluiscono all'ufficio che provvede allo studio delle registrazioni anche i valori orari della marea marina registrata al mareografo del molo Sartorio di Trieste, gentilmente forniti dall'Istituto Talassografico di Trieste, i valori orari della pressione barometrica a Trieste, e dalle risorgive del Timavo ove l'Azienda Comunale Elettricità Gas ed Acqua di Trieste ha gli impianti che forniscono di acqua la città, dati qualitativi sul livello delle acque carsiche di fondo. Pervengono anche le carte giornaliere sulla situazione barica dell'Europa dai seguenti Istituti nazionali ed esteri:

— Ministero della Difesa-Aeronautica, Bollettino quotidiano tecnico, che fornisce la situazione generale alle ore 7 e 19 T.M.E.C. di ciascun giorno.

— Deutscher Wetterdienst, Zentralamt-Täglicher Wetterbericht, che fornisce la situazione generale alle ore 0 e 6 T.M.E.C. di ciascun giorno.

— Schweizerische Meteorologische Zentralanstalt-Wetterbericht, che fornisce la situazione generale alle ore 7 T.M.E.C. di ciascun giorno.

Detto materiale viene elaborato sistematicamente secondo lo schema riassuntivo che segue, e sul quale si daranno in seguito più ampi ragguagli:

a) Eliminazione, col metodo di analisi di Pertzov, dei lunghi periodi e degli effetti aperiodici (esclusi dunque i periodi diurno e semidiurno) sia dalle registrazioni dei pendoli, che da quelle del mareografo di molo Sartorio;

b) Deduzione dalle registrazioni mareografiche del molo Sartorio, dell'effetto gravitazionale dovuto alle maree dell'Adriatico;

c) Calcolo dalle Effemeridi astronomiche delle componenti teoriche di marea nell'ipotesi della Terra rigida (marea astronomica);

d) Ricomposizione, per periodi di tre in tre giorni, dei valori osservati ai pendoli depurati della deriva, come combinazione lineare della marea astronomica e dell'effetto gravitazionale dovuto alla marea marina; determinazione dei coefficienti, dei residui, degli scarti quadratici e dei coefficienti di correlazione;

e) Raffronto della deriva con la pressione barometrica locale, e con lo stato delle acque carsiche di fondo;

f) Come prodotto marginale, vengono segnalate le perturbazioni a cortissimo periodo della verticale, e vengono in particolare letti i sismogrammi registrati in occasione di forti terremoti lontani.

4. ANALISI DI PERTZEV ; DERIVA DEI PENDOLI E SUE CAUSE. — Scopo di questa analisi, che viene effettuata preliminarmente sia sulle registrazioni dei pendoli che su quelle del mareografo di Molo Sartorio, è di isolare le onde semidiurne e diurne, separando da queste sia i lunghi periodi, che gli effetti aperiodici dovuti a cause perturbanti.

Il metodo di Pertzev è una modifica del metodo di Doodson-Warburg ; esso viene semplificato tenuto conto dell'assenza di onde di periodo sesto-diurno, e comporta l'impiego di 15 valori orari intorno a quello centrale, invece di 30. Se t_0 è l'istante per il quale si vuole il valore depurato dalle onde a corto periodo, questo sarà dato dalla media aritmetica dei valori in corrispondenza di :

$$t_0 ; t_0 \pm 2^h ; t_0 \pm 3^h ; t_0 \pm 5^h ; t_0 \pm 8^h ; t_0 \pm 10^h ; t_0 \pm 13^h ; t_0 \pm 18^h .$$

I fattori di amplificazione per le principali onde sono dati dallo specchio seguente :

M_2	S_2	K_2	N_2	K_1	P_1	O_1
66×10^{-5}	0	38×10^{-5}	194×10^{-5}	15×10^{-5}	13×10^{-5}	308×10^{-5}

nel mentre la Tav. I riporta la curva di amplificazione.

Allorchè la curva residua $\Phi = \Phi(t)$ presenta una curvatura marcata, si può rendere necessaria una correzione, nel senso che alla media dei quindici anzidetti valori deve essere sottratto il valore $0,0804 \Phi''(t_0)$, Φ'' essendo la derivata seconda della funzione Φ , che può essere valutata mediante differenze finite.

Isolati in tal modo i lunghi periodi e gli effetti aperiodici, si ottengono per differenza i valori delle funzioni nei quali compaiono soltanto, con l'approssimazione or ora detta, i periodi diurno e semidiurno.

I valori depurati dei corti periodi sono invece rappresentati graficamente nelle Tav. I, II, III e IV mettendo anche a raffronto la curva barometrica registrata a Trieste, e la curva relativa al mareografo di Trieste depurata pur essa col metodo di Pertzev, dei corti periodi.

Nelle tavole è rappresentato integralmente il periodo di osservazione dal 31 gennaio al 24 Maggio 1960, durante il quale i pendoli hanno funzionato senza alcuna interruzione e senza alcun disturbo ; delle registrazioni precedenti si è riportato poi il periodo dal 13 dicembre al 26 dicembre 1959, poichè in esso si sono avute marcate oscillazioni nella pressione e dello zero dei pendoli con periodi di circa 3 giorni.

In tesi generale si osserva come la deriva dei pendoli sia assai meno disturbata nei mesi estivi che in quelli invernali e primaverili ; conferma questa di quanto già era stato notato da altri ricercatori. Nel suo andamento generale, la componente $E W$, se pure mostra occasionalmente forti derive, si mantiene grosso modo intorno al medesimo asse, nel mentre la componente $N S$, che presenta un andamento in

complesso meno disturbato, accenna ad una deriva sistematica verso Nord nella seconda metà di febbraio, verso Sud nella prima metà di marzo, nuovamente verso Nord nella successiva decade di marzo, per dar luogo ad una lenta ma continua deriva verso Sud con l'avvento della stagione primaverile ed estiva.

La deriva riscontrata nella componente *N S* è da mettere forse in relazione con il fenomeno dell' innevamento delle Alpi, e nella conseguente azione di carico e di scarico delle nevi.

Le forti derive occasionali della componente *E W* sono invece da mettere in relazione con le torbide del Timavo; queste generano un sollevamento generale del livello dinamico delle acque di fondo carsiche, che normalmente si trova ad una quota valutabile sui 10 metri s. l. m. all'incirca (150 m dunque al disotto del livello dei pendoli), e dà luogo al riempimento di cavità che in condizioni normali di magra sono vuote; ciò genera una flessione elastica della crosta prevalentemente verso *W* ma anche, se pure in minor misura, verso Sud. Ciò starebbe a provare l'esistenza di cavernosità prossime al livello delle acque di fondo lungo i margini sud-occidentali del Carso Triestino, lungo cioè il presunto corso del Paleotimavo. Più difficili da spiegare sono le marcate derive che si manifestano in direzione *E N E*, e cioè opposta alla precedente, dopo il verificarsi delle torbide; queste potrebbero però essere messe in relazione con il più lento defluire delle acque di piena dalle cavernosità esistenti nella parte più interna del Carso triestino, ove il drenaggio sarebbe reso più difficile dalla minore vascolarizzazione e dalla maggiore distanza dagli sfoghi naturali delle acque di fondo.

Così stando le cose, il tempo necessario al riempimento delle cavernosità in conseguenza delle torbide risulterebbe di 3 giorni circa; il tempo necessario per lo svuotamento della zona carsica marginale maggiormente vascolarizzata e più prossima agli sfoghi verso il mare, sarebbe di 4-5 giorni e di 5-6 giorni per le piene maggiori; quello invece richiesto per lo smaltimento delle acque dalla zona più interna sarebbe invece di circa 14-16 giorni, e di 20 giorni per le piene maggiori.

Se si prescinde da questi effetti, che richiedono ulteriore studio e più ampio materiale di osservazione, si nota ancora una spiccata correlazione fra le registrazioni della pressione barometrica e le registrazioni dei pendoli, specie della componente *N S*.

Prima però di trarre da ciò delle conclusioni, è necessario avere riguardo all'effetto gravitazionale e di carico delle acque del mare che, per azioni a lungo periodo quali sono quelle che qui si considerano, possono assumersi proporzionali alle registrazioni del mareografo del molo Sartorio a Trieste; tali registrazioni sono alla loro volta strettamente correlate alle lente variazioni nella pressione barometrica, come risulta in tutta evidenza dal grafico.

Vedremo fra poco come si sia determinato l'effetto gravitazionale e l'effetto di flessione dovuta al carico delle acque spostate nell'Adriatico dalla marea o da altre cause; basti per ora ricordare che il secondo effetto può assumersi proporzionale al primo; e che questo può essere calcolato. In definitiva dunque l'effetto complessivo sarà proporzionale all'effetto gravitazionale calcolato, secondo un coefficiente che abbiamo indicato in seguito con la lettera β per il quale è stato determinato il valore sperimentale 4.8.

Noi supponiamo ora che queste oscillazioni siano uniformi su tutto l'Adriatico settentrionale, in modo che si possa applicare ad esse nel calcolare l'attrazione newtoniana l'ipotesi della piastra: i coefficienti relativi, determinati dal prof. Ballarin sono, come si vedrà, di $51,5 \mu \text{ sec/cm}$ per la componente EW , e di $60,0 \mu \text{ sec/cm}$ per la componente NS .

Adottando in via provvisoria il coefficiente $\beta = 4,8$, comune ad ambedue le componenti, l'effetto dovuto ad un aumento del livello del mare al mareografo di Trieste comporta una deviazione della verticale che in cifra tonda può valutarsi in

$250 \mu \text{ sec/cm}$ verso W nella componente EW ;

$290 \mu \text{ sec/cm}$ verso S nella componente NS .

Tali sono le riduzioni che si è in corso di apportare alle curve di deriva; ogni ulteriore discussione su questo argomento deve essere pertanto rinviata a quando si saranno compiute queste riduzioni.

5. EFFETTO GRAVITAZIONALE DELLE MAREE DELL'ADRIATICO. — Il calcolo dell'effetto gravitazionale delle masse d'acqua spostate dalla marea, dalle sesse, dalla variazione della pressione barometrica, dai venti, o da altre cause, presenta notevoli difficoltà per la scarsa conoscenza che abbiamo della distribuzione del livello del mare lungo le coste. Ognuno dei moti sopra ricordati si propaga infatti secondo leggi particolari che dipendono, per le maree vere e proprie, dalla velocità delle componenti; per le sesse, dai periodi propri di oscillazione del bacino Adriatico, per i moti indotti dagli agenti meteorologici, dalla natura di questi.

Il calcolo dell'effetto gravitazionale delle masse d'acqua si scinde pertanto in due distinte fasi: la determinazione della distribuzione degli eccessi o dei difetti d'acqua su tutto il bacino, noti che siano i livelli in alcune stazioni mareografiche (in particolare, quella di Trieste, molo Sartorio); e la determinazione, nota che sia tale distribuzione, del corrispondente valore dell'inclinazione della verticale dovuta all'effetto gravitazionale nella Grotta, e ciò separatamente per le componenti NS ed EW .

Il primo problema è stato risolto dal prof. Silvio Polli dell'Istituto Talassografico di Trieste, per quanto ha riguardo alle componenti M_2 , S_2 e K_2 , N_2 , K_1 e P_1 , O_1 in una comunicazione presentata al IX convegno annuale dell'Associazione Geofisica Italiana (Roma, 1960).

Il prof. Polli ha preso in esame le analisi armoniche effettuate sulle maree registrate in 29 porti adriatici, così distribuiti: 7 sulla costa occidentale, fra Brindisi e Venezia; 8 sulla costa settentrionale ed istriana, fra Venezia e Fiume; i rimanenti 14 distribuiti sulla costa dalmata, fra Fiume e Durazzo. Per ognuna di queste analisi sono state considerate le semiampiezze delle ricordate componenti, in centimetri, e le situazioni adattate; e con tali valori sono state tracciate, componente per componente, sia le linee di ugual ampiezza, che le linee cotidali.

Osserviamo subito che le cotidali delle componenti semidiurne S_2 e K_2 non si distinguono fra di loro, e possono pertanto venir rappresentate sul medesimo grafico; esse anzi differiscono assai poco anche da quelle della M_2 ; e così non si

distinguono fra di loro quelle delle due maggiori componenti diurne, K_1 e P_1 (e quindi della O_1). Le linee cotidali delle componenti semidiurne mostrano un nodo anfidromico in un punto che trovasi a metà fra Ancona e Sebenico; nel mentre quelle relative alle componenti diurne hanno un andamento longitudinale rispetto alle coste adriatiche, e non accennano ad incontrarsi, almeno entro il bacino. Le linee di uguale altezza tagliano poi le cotidali ad angoli per lo più prossimi all'angolo retto, che soltanto in pochi casi si avvicinano ai 45° .

Le linee cotidali sono state tracciate per valori di 30° in 30° per le componenti semidiurne, e di 5° in 5° per quelle diurne (con curve intermedie, ove necessario); quelle di uguale ampiezza di centimetro in centimetro, ed in alcuni casi di mezzo centimetro in mezzo centimetro, o di due in due centimetri (Tav. V e VI).

Ciò fatto, la doppia famiglia di linee così tracciate per ogni singola componente divide il bacino adriatico in una rete di quadrilateri curvilinei entro ciascuno dei quali è lecito assumere che la situazione adattata e l'altezza di marea siano le stesse. Ad essi si possono perciò applicare i metodi che servono a determinare le deviazioni della verticale.

L'effettivo calcolo delle deviazioni della verticale indotte sulla componente meridiana ed ortodromica nella Grotta Gigante, quadrilatero per quadrilatero, e per l'altezza d'acqua (di densità unitaria) di 1 metro, è stato effettuato con minuziosa cura dal prof. Silvio Ballarin dell'Università di Pisa.

Il prof. Ballarin ha precisamente costruito un reticolato polare particolarmente studiato per la quota effettiva dei pendoli sul livello del mare, e per il particolare valore della gravità assunto nella stazione ($g = 980\,630$ mgal); in tale reticolato, ad ogni settore corrisponde uguale effetto angolare sulla verticale.

Avuto dunque l'effetto corrispondente ad 1 metro d'acqua in ciascun quadrilatero, e ciò per ciascuna componente armonica di marea, quale risulta dalle rispettive linee cotidali e di uguale altezza di marea (vedi Tav. V e IV) si è dovuta calcolare ora per ora l'altezza della marea per ciascun quadrilatero, sommando indi i valori così ottenuti. Si è ottenuta in tal modo, per ogni componente armonica, una curva rigorosamente sinusoidale, la cui situazione è di assai poco diversa da quella della corrispondente componente di marea marina nel golfo di Trieste; l'effetto del quadrilatero che copre il golfo di Trieste, ove lo stabilimento della marea è praticamente simultaneo, è infatti di gran lunga preponderante anche rispetto alla somma di tutti gli altri.

È ora interessante considerare il rapporto fra le ampiezze delle componenti armoniche della deviazione della verticale, e le ampiezze delle corrispondenti componenti armoniche della marea marina nel porto di Trieste. Questi rapporti sono riassunti nello specchio seguente, e sono espressi in microsecondi di deviazione per centimetro di marea:

	E - W	N - S
M_2	51.4 μ sec/cm	39.8 μ sec/cm
S_2	50.6	40.0
K_1	51.1	52.1
piastra	51.5	60.0

Nello specchio è riportato anche il valore della deviazione dovuta all'effetto di piastra, e cioè ad un sollevamento solidale del livello delle acque.

Si nota come per la componente $E-W$ il valore della deviazione sia di circa $51 \mu \text{ sec/cm}$ per ogni componente armonica, ed anche per la piastra; qui dunque il calcolo dell'effetto gravitazionale di marea è estremamente semplificato, in quanto basta moltiplicare per 51 la marea in centimetri registrata al mareografo del Molo Sartorio a Trieste per avere, in microsecondi, la corrispondente deviazione della verticale.

Per la componente $N-S$ la cosa risulta invece assai più complessa, in quanto il coefficiente è variabile con la velocità di ogni singola componente armonica. Ciò obbliga a considerare separatamente le principali componenti armoniche della marea nel porto di Trieste, componenti che qui si riassumono:

Componenti armoniche	M_2	S_2	N_2	K_2	K_1	O_1	P_1
semiampiezze in cm	26.6	16.0	4.6	5.2	18.6	6.4	6.2
situazioni adattate	276°	284°	275°	284°	70°	62°	70°

applicando a ciascuna il coefficiente che le compete.

Occorre inoltre sommare le componenti armoniche considerate, onde confrontare la previsione di marea con la marea effettivamente riscontrata; la differenza è da attribuire ad effetti a lungo periodo, per i quali si applica, nell'ignoranza nella quale ci troviamo sulla corrispondente distribuzione delle acque nel bacino adriatico, il coefficiente $60 \mu \text{ sec/cm}$ proprio della piastra.

6. CALCOLO DELLA MAREA TEORICA DELLA VERTICALE (MAREA ASTRONOMICA).
Per il calcolo della marea teorica della verticale nell'ipotesi della Terra rigida, si è preferito il metodo, certamente più rigoroso e soprattutto più adatto all'impiego delle macchine elettroniche di calcolo, che consiste nell'applicare le formule che forniscono le derivate tangenziali nelle direzioni $S N$ ed $E W$ rispettivamente del potenziale di marea in funzione della posizione della Luna e del Sole. Da tali derivate tangenziali, che danno le componenti orizzontali dell'accelerazione di marea, si ottengono poi subito le desiderate deviazioni della verticale. È anche noto che, nello sviluppo per funzioni sferiche del potenziale di marea, è sufficiente arrestarsi all'armonica del secondo ordine per l'effetto luni-solare, ed a quella del terzo per l'effetto lunare.

Poichè i pendoli sono orientati nelle direzioni del meridiano e del parallelo rispettivamente, le due derivate tangenziali da considerare sono appunto secondo queste due direzioni.

I calcoli sono stati effettuati prendendo i seguenti valori della latitudine e della gravità nella stazione della Grotta Gigante: latitudine geocentrica $\psi: 45^\circ 30' 54''$, gravità $g = 980\,630 \text{ mgal}$.

Il particolare valore della latitudine della stazione, assai prossimo a 45° , fa sì che la funzione geodetica che compare a fattore nell'onda diurna nella componente $N S$ sia assai prossima a zero; circostanza questa particolarmente favorevole allorché si voglia separare l'effetto dovuto alla marea marina da quello dovuto all'azione luni-solare.

Esprese in millisecondi, le deviazioni della verticale dovute all'azione luni-solare sono date dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \Delta_{NS} = & 8.648 \mu^3 (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \delta_1) + 0,156 \operatorname{sen} \delta_1 (5 \cos^2 \delta_1 - 2) + && \text{lungo periodo} \\ & + 3.983 \sigma^3 (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \delta_0) - \\ & - [0.427 \mu^3 \operatorname{sen} 2 \delta_1 - 0.170 \cos \delta_1 (5 \cos^2 \delta_1 - 4)] \cos t_1 - && \text{diurno} \\ & - 0.198 \sigma^3 \operatorname{sen} 2 \delta_0 \cos t_0 + \\ & + (8.648 \mu^3 \cos^2 \delta_1 + 0.269 \operatorname{sen} \delta_1 \cos^2 \delta_1) \cos 2 t_1 + && \text{semidiurno} \\ & + 3.836 \sigma^3 \cos^2 \delta_0 \cos 2 t_0 + \\ & + 0.125 \cos^3 \delta_1 \cos 3 t_1 \text{ msec.} && \text{terdiurno} \\ \\ \Delta_{EW} = & [12.382 \mu^3 \operatorname{sen} 2 \delta_1 - 0.112 \cos \delta_1 (5 \cos^2 \delta_1 - 4)] \operatorname{sen} t_1 + && \text{diurno} \\ & + 5.701 \sigma^3 \operatorname{sen} 2 \delta_0 \operatorname{sen} t_0 + \\ & + (12.080 \mu^3 \cos^2 \delta_1 + 0.717 \operatorname{sen} \delta_1 \cos^2 \delta_1) \operatorname{sen} 2 t_1 + && \text{semidiurno} \\ & + 5.562 \cos^3 \delta_0 \operatorname{sen} 2 t_0 + \\ & + 0.230 \cos^3 \delta_1 \operatorname{sen} 3 t_1 \text{ msec.} && \text{terdiurno} \end{aligned}$$

Qui δ_1 e δ_0 , t_1 e t_0 rappresentano le declinazioni e gli angoli orari della Luna e del Sole, rispettivamente, e μ e σ i rapporti delle parallassi attuali della Luna e del Sole a quelle medie, rispettivamente.

Il calcolo effettivo della marea teorica della verticale viene effettuato mese per mese, mediante il calcolatore *IBM 650*; i valori astronomici vengono tratti dalle Effemeridi di dieci in dieci giorni, ed i valori intermedi sono ottenuti per interpolazione quadratica nella macchina. Si trascura tuttavia l'effetto dovuto alle armoniche superiori alla seconda.

7. SEPARAZIONE DELLA MAREA ASTRONOMICA DALL'EFFETTO GRAVITAZIONALE E DI CARICO DELLA MAREA MARINA. -- Già abbiamo detto che la deviazione registrata nei pendoli deve potersi esprimere — a meno di altri fattori perturbanti di cui si tiene conto a parte, ma che per ora ignoriamo — quale combinazione lineare dell'effetto gravitazionale luni-solare (marea astronomica) e dell'effetto gravitazionale dovuto alle acque spostate dalla marea marina. Diremo anzi γ e β i coefficienti con i quali questi due effetti compaiono nella combinazione lineare.

Ciò premesso, si pone il problema di vedere se la separazione sia possibile e, se sì, con quale precisione. In altre parole, indicando con y_a ed y_m rispettivamente la marea astronomica e l'effetto gravitazionale di marea marina, con l la registra-

zione avuta dai pendoli (tutte espresse in msec) scriveremo la generica equazione osservata nella seguente forma semplificata ⁽¹⁾:

$$\gamma y_a + \beta y_m = l:$$

si è condotti così allo studio della matrice normale e della sua inversa che dalle equazioni osservate si deduce mediante applicazione del metodo dei minimi quadrati; indicheremo tali matrici con i seguenti simboli:

$$\|A\| = \begin{vmatrix} [y_a y_a] & [y_a y_m] \\ [y_m y_a] & [y_m y_m] \end{vmatrix}; \|A^{-1}\| \equiv \begin{vmatrix} Y_{aa} & Y_{am} \\ Y_{ma} & Y_{mm} \end{vmatrix}.$$

Nel calcolo effettivo, quale si presenta nei casi concreti, la risoluzione del sistema normale viene effettuata sul calcolatore elettronico mediante inversione della matrice; onde si vengono a conoscere, caso per caso, i coefficienti di peso e di correlazione che permettono di valutare il risultato ottenuto; qui però a noi interessa dare una valutazione a priori di ciò che ci si può attendere, in varie ipotesi, dal metodo.

Supponiamo per questo, per stare nella più grande generalità, che sia la y_a , che la y_m , risultino dalla composizione di onde semplici in numero di k , di ampiezza a_i , di velocità ω_i , e di situazione φ_i , rispettivamente:

$$y_a = \sum_{i=1}^k a_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

ed analogamente per y_m :

$$y_m = \sum_{i=1}^k m_i (\cos \omega_i t + \psi_i) \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Come si vede, si suppone — e ciò corrisponde al fenomeno reale — che le velocità ω_i delle componenti siano le stesse nei due casi. Nel caso reale, le due componenti essenziali sono anzi quelle diurna e semidiurna; ma possiamo stare per ora in una maggiore generalità, senza per questo aumentare sensibilmente la complicazione dei calcoli.

Noi supporremo che le equazioni osservate siano scritte per valori t_r ($r = 1, 2, \dots, n$) equintervallati, ed in numero tale da coprire un multiplo intero di periodi completi per ciascuna componente.

(1) In effetti, l'equazione osservata non potrebbe essere scritta in forma così semplice; occorre infatti introdurre in essa ancora almeno una costante incognita, in quanto l'origine delle letture delle registrazioni è del tutto arbitraria. Ma ciò non ha alcuna importanza per le considerazioni che seguono.

Gli elementi della matrice normale si scriveranno :

$$[y_a y_a] = \left[\sum_{i=1}^k a_i (\cos \omega_i t + \varphi_i) \right]^2$$

$$[y_a y_m] = \left[\sum_{i=1}^k a_i \cos (\omega_i t + \varphi_i) \quad \sum_{j=1}^k m_j \cos (\omega_j t + \psi_j) \right]$$

$$[y_m y_m] = \left[\sum_{i=1}^k m_i \cos (\omega_i t + \psi_i) \right]^2$$

ove le parentesi quadre stanno alla loro volta a rappresentare sommatorie di n termini dei valori equintervallati secondo i quali è stato diviso il periodo coperto dalle equazioni di osservazione.

Un facile calcolo mostra ora che si ha :

$$[\cos (\omega_i t + \varphi_i) \cos (\omega_i t + \psi_i)] = \frac{n}{2} \cos (\varphi_i - \psi_i) ;$$

in particolare :

$$[\cos^2 (\omega_i t + \varphi_i)] = \frac{n}{2}$$

ed analoghe : nel mentre si annullano, per le ipotesi fatte sull'intervallo di sommazione, tutte le somme che provengono dal prodotto di funzioni trigonometriche con argomento di velocità fra di loro diversa. Rimane pertanto :

$$[y_a y_a] = \frac{n}{2} \sum_{i=1}^k a_i^2 ; [y_m y_m] = \frac{n}{2} \sum_{i=1}^k m_i^2 ; [y_a y_m] = \frac{n}{2} \sum_{i=1}^k a_i m_i \cos (\varphi_i - \psi_i)$$

e la matrice si scrive :

$$\| A \| = \begin{vmatrix} \frac{n}{2} \sum a_i^2 & \frac{n}{2} \sum a_i m_i \cos (\varphi_i - \psi_i) \\ \frac{n}{2} \sum a_i m_i \cos (\varphi_i - \psi_i) & \frac{n}{2} \sum m_i^2 \end{vmatrix} ;$$

il valore del suo determinante è dunque :

$$| A | = \frac{n^2}{4} D$$

ove con D si indichi l'espressione :

$$D = \sum a \sum m^2 - \left\{ \sum a_i m_i \cos (\varphi_i - \psi_i) \right\}^2$$

La scrittura della matrice inversa è ora immediata; ma a noi questa interessa soltanto in quanto da essa si ricavano i coefficienti di peso Y_{aa} ed Y_{mm} ed il coefficiente di correlazione $r(\gamma, \beta)$ fra γ e β :

$$r(\gamma, \beta) = \frac{Y_{am}}{\sqrt{Y_{aa} Y_{mm}}}$$

Si ha:

$$Y_{aa} = \frac{2}{nD} \sum m_i^2; \quad Y_{mm} = \frac{2}{nD} \sum a_i^2;$$

$$r(\gamma, \beta) = \frac{\sum a_i m_i \cos(\varphi_i - \psi_i)}{\sqrt{\sum a_i^2 \sum m_i^2}}$$

onde anche:

$$Y_{aa} = \frac{2}{n(1-r^2)} \sum a_i^2; \quad Y_{mm} = \frac{2}{n(1-r^2)} \sum m_i^2$$

La scomposizione della l come combinazione lineare delle y_a ed y_m non sarà ovviamente possibile, se le a_i , m_i , φ_i , ψ_i sono tali da annullare il determinante del sistema normale; e si osservi che ciò accade sempre e soltanto quando il coefficiente di correlazione divenga in modulo uguale ad 1. È però anche facile vedere che ciò non può accadere altro che se si abbia simultaneamente $\varphi_i = \psi_i$, $a_i = h m_i$ (h indipendente da i), per ogni valore di i .

Particolarmente interessante è il caso in cui le componenti armoniche siano due soltanto. Ciò si verifica ad esempio con grande approssimazione nel problema delle maree dove si hanno, se ci limitiamo a considerare un breve periodo di tempo, due sole componenti preponderanti, una diurna ed una semidiurna. L'espressione del coefficiente di correlazione diviene in tal caso:

$$r(\gamma, \beta) = \frac{a_1 m_1 \cos(\varphi_1 - \psi_1) + a_2 m_2 \cos(\varphi_2 - \psi_2)}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(m_1^2 + m_2^2)}} \quad (k=2)$$

Può accadere che in una delle funzioni periodiche, sia ad esempio la y_a , manchi una delle due componenti; sia ad esempio $a_2 = 0$; l'equazione del coefficiente di correlazione si semplifica allora ulteriormente nella seguente:

$$r(\gamma, \beta) = m_1 \frac{\cos(\varphi_1 - \psi_1)}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \quad (k=2, a_2=0)$$

Quando ciò si verifica, il coefficiente di correlazione risulta necessariamente in modulo inferiore ad 1; esso anzi si annulla, se anche $m_1 = 0$ e cioè quando in una delle funzioni periodiche manca una, nell'altra l'altra delle due componenti. Di più, detto coefficiente si annulla se le due componenti di uguale velocità presenti in ambedue le componenti armoniche sono in quadratura.

Come caso ancor più particolare, se le due funzioni periodiche mostrano una sola componente, il coefficiente di correlazione è uguale semplicemente al coseno della differenza delle loro situazioni rispettive.

Nel caso concreto, già abbiamo notato come, per il particolare valore della latitudine della stazione della grotta Gigante assai prossima a 45° , manchi nella componente $N S$ la componente armonica diurna; onde per questa componente il coefficiente di correlazione risulterà necessariamente diverso da 1 in valore assoluto, e la separazione dell'effetto astronomico da quello dovuto alle maree marine risulterà sempre possibile.

8. — DETERMINAZIONE SPERIMENTALE DEI COEFFICIENTI γ E β . — La determinazione effettiva dei coefficienti γ e β che compaiono a fattore nella marea astronomica, rispettivamente nell'effetto gravitazionale dovuto alla marea marina, è stata fatta considerando i valori orari delle osservazioni ai pendoli, della marea astronomica e dell'effetto gravitazionale, e ciò per vari gruppi di 3 giorni ciascuno: sia i valori delle osservazioni ai pendoli, che quelli della marea marina, sono stati preventivamente depurati, applicando il metodo di Pertz, dei lunghi periodi e degli effetti aperiodici. Ogni singolo gruppo è stato trattato a sè con il metodo dei minimi quadrati considerando come incognite oltre ai coefficienti essenziali γ e β , anche una quantità additiva costante (necessaria in quanto le osservazioni ai pendoli sono appunto definite a meno di una costante additiva) ed un coefficiente di deriva lineare.

I risultati ottenuti sono riassunti nelle Tav. VII ed VIII ove sono riportati, oltre ai valori γ e β e loro scarti quadratici medi, anche gli scarti quadratici medi del residuo, i coefficienti di peso, ed i coefficienti di correlazione. Dall'esame di questo specchio si nota una considerevole dispersione dei valori che presentano tuttavia, ad un esame più attento, una marcata regolarità nel loro andamento.

Con riguardo alla componente $E II'$, si osserva intanto che il coefficiente di correlazione oscilla fra 0 ed 1, la correlazione più stretta verificandosi esattamente in corrispondenza delle congiunzioni; alle quadrature invece tale coefficiente si annulla quasi. È dunque alle quadrature che si presentano le condizioni migliori per separare l'effetto della marea astronomica da quello gravitazionale (e come vedremo, di carico) della marea marina. I coefficienti di peso danno un'indicazione perfettamente concordante con questa conclusione. Lo scarto quadratico medio dei residui, che dipende da perturbazioni di varia origine, è invece pressochè indipendente dall'età della Luna, pur presentando tendenzialmente valori più grandi in corrispondenza delle congiunzioni. Esso oscilla fra $\pm 0,5$ e $\pm 1,8$ msec.

Per quanto ha riguardo ai valori di γ e di β , si nota che questi sono ambedue sensibilmente più piccoli in corrispondenza delle congiunzioni, e più grandi alle quadrature. La circostanza richiede ulteriore studio, e maggiore materiale di osservazione. Essa sembra però potersi mettere fin d'ora in relazione col fatto che alle congiunzioni l'onda semidiurna è, almeno per il periodo considerato, nettamente preponderante rispetto a quella diurna, e l'opposto accade alle quadrature; onde il fatto riscontrato sarebbe in accordo con quanto già risulta da precedenti osser-

vazioni in stazioni continentali, quali ed esempio Poltava e Kondara, dove si è trovato che il coefficiente γ è sensibilmente minore per le onde semidiurne rispetto a quelle diurne. Altrettanto sembra verificarsi per il coefficiente β . I valori che si possono per ora dedurre dalle osservazioni analizzate sono provvisoriamente i seguenti:

Componente EW:

Quadrature; onda diurna preponderante		Congiunzioni; onda semidiurna preponderante
γ	0,780	0,570
β	4,80	3,80

Con riguardo alla componente NS, si osserva anzitutto come il coefficiente di correlazione fra γ e β sia sempre in valore assoluto piccolissimo, circostanza questa che ci assicura della possibilità di un'ottima separazione dei due effetti in ogni caso. Ciò era da attendersi in quanto manca, come già si è notato, la componente armonica diurna nella marea astronomica. Contrariamente a quanto si è visto per la componente EW, qui le condizioni migliori per la separazione dei due effetti e per la determinazione dei coefficienti γ e β si verificano in corrispondenza delle congiunzioni, come è chiaramente provato dall'andamento dei coefficienti di peso. Lo scarto quadratico medio dei residui appare tuttavia più grande di quello trovato per la componente EW: esso oscilla infatti fra $\pm 0,6$ e $\pm 2,2$ msec.

Anche riguardo ai valori γ e β si ha qui un andamento opposto rispetto a quello notato per la componente EW; si hanno infatti tendenzialmente valori più piccoli per ambedue i coefficienti in corrispondenza delle quadrature. Non può più però essere qui invocata la giustificazione di questo fatto data per la componente EW, in quanto l'onda diurna manca sempre nella marea astronomica, e nella marea marina l'onda diurna è, se mai, accentuata alle quadrature. Per trovare una giustificazione occorre pertanto attendere una maggior copia di osservazioni, e che si sia potuto compiere un raffronto sulle singole componenti armoniche dopo che di tutto il materiale si sarà potuta fare una più compiuta analisi.

I valori che si possono provvisoriamente accettare sono i seguenti:

Componente NS:

Congiunzioni; onda semidiurna preponderante		Quadrature
γ	0,600	0,450
β	4,800	3,50

Le Tav. IX e X mostrano la scomposizione della marea osservata della verticale nelle due componenti astronomica e gravitazionale, unitamente ai residui ottenuti usando i coefficienti γ e β delle Tav. VII ed VIII.

9. MODULO DI RIGIDITÀ DEGLI STRATI SUPERFICIALI DELLA CROSTA TERRESTRE. Come è noto, il coefficiente β determinato sperimentalmente traduce i seguenti effetti:

- a) l'effetto gravitazionale delle masse d'acqua trasportate dai movimenti di marea ;
- b) l'effetto di carico di queste masse, che provoca una flessione della crosta;
- c) l'effetto indiretto dovuto alla variazione del potenziale di gravità indotta dalla flessione intervenuta nella crosta.

L'effetto gravitazionale può essere previsto, e già abbiamo illustrato in dettaglio come ciò avviene nel nostro caso, limitatamente alle maree dell'Adriatico, valendosi degli studi dei proff. Polli e Ballarin. Per il modo nel quale i calcoli sono stati condotti, esso contribuisce nel coefficiente β con l'unità, così che del complesso dei rimanenti effetti è tenuto conto dal fattore $\beta - 1$.

Per quanto ha riguardo all'effetto di carico, questo è stato studiato in vari lavori apparsi negli anni 1878-1883 da J. Boussinesq e nel suo trattato « Applications du potentiel à l'étude de l'équilibre des solides élastiques », pubblicato a Parigi nel 1885 ; il metodo di Boussinesq basato sull'impiego del potenziale logaritmico a tre variabili, è stato in seguito ripreso da A. E. H. Love. Procedimenti diversi da quello di Boussinesq furono seguiti da Lamé e Clapeyron, che fecero uso del teorema di Fourier, e successivamente nel 1917, da H. Lamb, seguito da K. Terazawa, che impiegò invece le funzioni di Bessel.

Queste ricerche hanno per lo più riguardo al caso di un semispazio elastico isotropo ed omogeneo, variamente caricato, quantunque non manchino anche ricerche relative alla sfera ; ma l'obiezione più grave che ad esse si può muovere riguarda l'ipotesi dell'omogeneità, che non può essere ammessa neppure in via di approssimazione e ciò specialmente se la distanza fra i luoghi dove sono applicati i carichi e la stazione è rilevante.

Della non omogeneità degli strati che compongono la crosta ed il mantello della Terra hanno tenuto conto in modo empirico nelle loro osservazioni R. Takahasi (1929) ed E. Nishimura (1950) ; ricerche teoriche aventi riguardo ad un solido semi-infinito limitato da un piano e formato da strati omogenei sono state compiute da M. Matsumura (1931) e da G. Nishimura (1932). Recentemente G. Jobert (1960) ha ripreso il problema supponendo una distribuzione continua del modulo di rigidità nella crosta. Altre ricerche sulle deformazioni di una sfera stratificata variamente caricata sono poi dovute ad L. B. Slichter ed M. Caputo (1960).

Già W. Thompson aveva notato come vi fosse però proporzionalità fra l'effetto gravitazionale delle masse d'acqua spostate dalla marea e l'effetto di inclinazione della crosta dovuto al loro carico ; onde il coefficiente β è un coefficiente universale, almeno entro il limite di validità della teoria ; e dunque, sia l'effetto gravitazionale, che quello di carico, variano in ragione inversa del quadrato della distanza fra i punti caricati ed il luogo di osservazione.

Diversamente stanno le cose per l'effetto che abbiamo indicato in c) ; questo varia invece in ragione inversa di detta distanza.

Quest'ultimo effetto è stato studiato teoricamente da Lamb (1917) e, come osserva Melchior (1954), da Rosenhead (1929). Di esso ha tenuto conto empiricamente E. Nishimura (1950). Secondo questi due ultimi Autori, l'effetto sarebbe tale da diminuire il valore di β di una quantità costante ϵ che Rosenhead valuta,

in base a considerazioni teoriche, a $0,3 < \epsilon < 0,4$, e che E. Nishimura determina sperimentalmente a 0,5; tenuto tuttavia conto della grande prossimità della nostra stazione alla costa del mare Adriatico, e tenuto anche conto che i maggiori carichi si verificano precisamente in tutta prossimità, nel golfo di Trieste, noi non ne terremo per ora conto.

In ciò che segue faremo uso del coefficiente di rigidità μ e del coefficiente di incompressibilità k , che hanno un significato fisico più immediato; così facendo, i risultati ottenuti da Boussinesq e da Lamb si riassumono nella formula fondamentale:

$$\beta - 1 = G \frac{3k + 4\mu}{2\mu(3k + \mu)}$$

ove:

$$G = \frac{g^2}{2\pi f} = 2,295 \times 10^{12} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

avendo assunto per la gravità g il valore $g = 980,6$ cgs, e per la costante newtoniana f il valore 6.67×10^{-8} cgs.

Introdurremo anche, per ragioni di comodo, il nuovo simbolo:

$$\tau = 2(\beta - 1);$$

onde la relazione precedente si scriverà:

$$\tau = G \frac{3k + 4\mu}{(3k + \mu)\mu}$$

Le determinazioni di β e (quindi di τ) ottenute dallo studio statico delle flessioni della crosta stabiliscono dunque una relazione quadratica fra i moduli di rigidità e di incompressibilità. Noto il modulo di rigidità μ , quello di incompressibilità k è dato da:

$$k = \mu \frac{4G - \tau\mu}{3(\tau\mu - G)};$$

ciò richiede che sia:

$$\tau\mu > G \text{ e cioè } \tau\mu > 2.295 \times 10^{12} \text{ cgs,}$$

il caso $\tau\mu = G$ corrispondendo all'ipotesi della incompressibilità.

Queste sono le sole relazioni che si possono dedurre dallo studio statico delle flessioni della crosta; ma a questo punto noi possiamo invocare altre relazioni fra i moduli μ e k , ottenute da considerazioni dinamiche, nelle quali intervengono grandezze determinabili in sismologia.

Le relazioni sono sostanzialmente due, e sono quelle che legano i moduli di rigidità, di incompressibilità, e la densità ρ , alla velocità v delle onde sismiche longitudinali ed a quella w delle onde trasversali:

$$v^2 = \frac{3k + 4\mu}{3\rho}, \quad w^2 = \frac{\mu}{\rho}.$$

Eliminando la densità ρ , ed indicando con ν il rapporto della velocità delle onde longitudinali a quella delle onde trasversali otteniamo:

$$\nu^2 = \frac{v^2}{w^2} = \frac{3k + 4\mu}{3\mu}$$

che è una seconda relazione fra i due anzidetti moduli.

L'eliminazione di k fra questa e la relazione di Lamb-Boussinesq conduce dopo ciò all'equazione semplicissima:

$$\nu^2 = \frac{\tau\mu}{\tau\mu - G}; \quad \tau\mu = G \frac{\nu^2}{\nu^2 - 1}$$

che fornisce μ in funzione di grandezze osservabili.

Ottenuta μ , il calcolo di k è immediato. Si ha precisamente:

$$k = \left(\nu^2 - \frac{4}{3} \right) \mu \quad [\nu > 1.15].$$

La funzione:

$$\nu = \sqrt{\frac{\tau\mu}{\tau\mu - G}} \quad (\tau = 2(\beta - 1))$$

è stata rappresentata graficamente nella figura che segue in funzione del coefficiente β , e per i valori di $\mu = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 \times 10^{12}$; entrando in questo grafico con i valori osservati di ν e di β si può dunque ottenere il valore corrispondente del modulo di rigidità μ , relativo agli strati interessati dalla deformazione.

Il valore di ν oscilla, per gli strati che compongono la crosta, fra i valori estremi di 1.55 ed 1.85, e cresce generalmente con la profondità.

Nel nostro caso, prendendo $\beta = 4,8$, e per il ν il valore 1,67 si ha per μ il valore:

$$\mu = 0,48 \times 10^{12} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}.$$

Corrispondentemente si avrebbe per k il valore:

$$k = 0,60 \times 10^{12} \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

e successivamente per il parametro λ di Lamé, per il moduli E di Young, e per il modulo σ di Poisson i valori :

$$\lambda = 0,28 \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

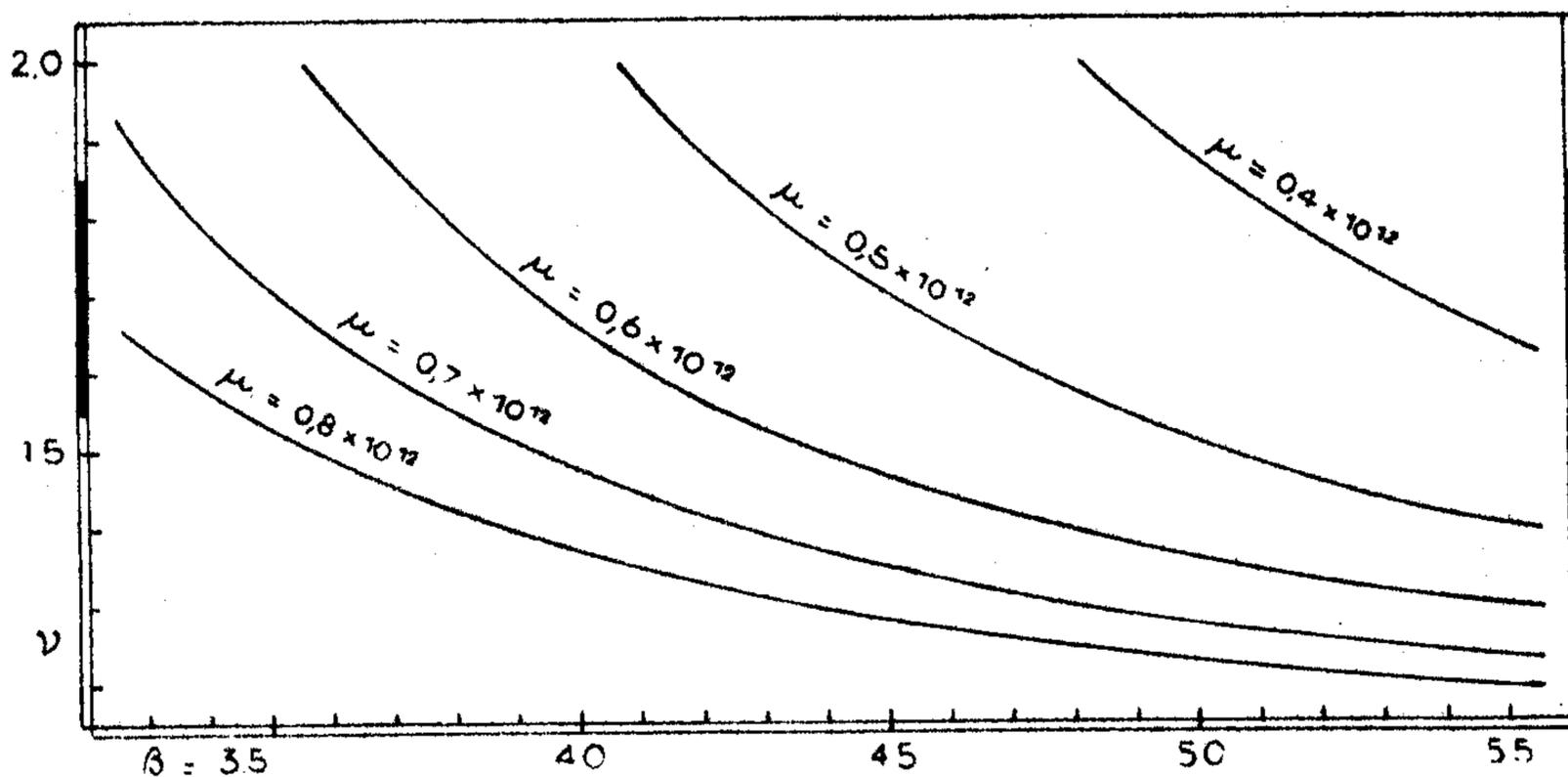
$$E = 1,13 \text{ gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

$$\sigma = 0,18$$

Le corrispondenti velocità delle onde longitudinali e trasversali sono, per una densità $\rho = 2,87$,

$$v = 6,57 \text{ km/sec}$$

$$w = 4,09 \text{ km/sec} .$$



Modulo di rigidità μ in funzione del coefficiente β e del rapporto ν fra velocità delle onde sismiche longitudinali e trasversali. Il tratto marcato ai margini indica l'intervallo di variazione di ν nella crosta.

Per le ragioni che già si sono ricordate in principio, i valori ottenuti hanno un carattere indicativo avendo noi trascurato le discontinuità nelle costanti elastiche che certamente si verificano in corrispondenza almeno delle superfici di Conrad e di Mohorovicic, ed avendo anche trascurato l'effetto indiretto.

Occorre però anche osservare che, per la breve distanza che separa la stazione della Grotta Gigante dal Golfo di Trieste, alle cui oscillazioni di marea è per la quasi totalità dovuto l'effetto in istudio, è da presumere che soltanto gli strati più superficiali siano interessati nel nostro caso al fenomeno, ciò che ci avvicina alle ipotesi che stanno a fondamento della teoria; e la stessa osservazione vale anche per l'effetto indiretto.

Osserviamo tuttavia che l'aver trascurato la maggior rigidità negli strati più profondi fa sì che il valore del modulo di rigidità degli strati più superficiali sia ancora inferiore a quello determinato. Ed un'ulteriore riduzione si

avrebbe applicando il termine ϵ per tener conto dell'effetto indiretto; questo termine andrebbe infatti aggiunto a β , ottenendo per questo coefficiente un valore intorno a $\beta = 5,3$ in corrispondenza del quale il valore di μ sarebbe di $0,42 \times 10^{12}$; ciò almeno usando il valore $\epsilon = 0,5$ trovato da E. Nishimura.

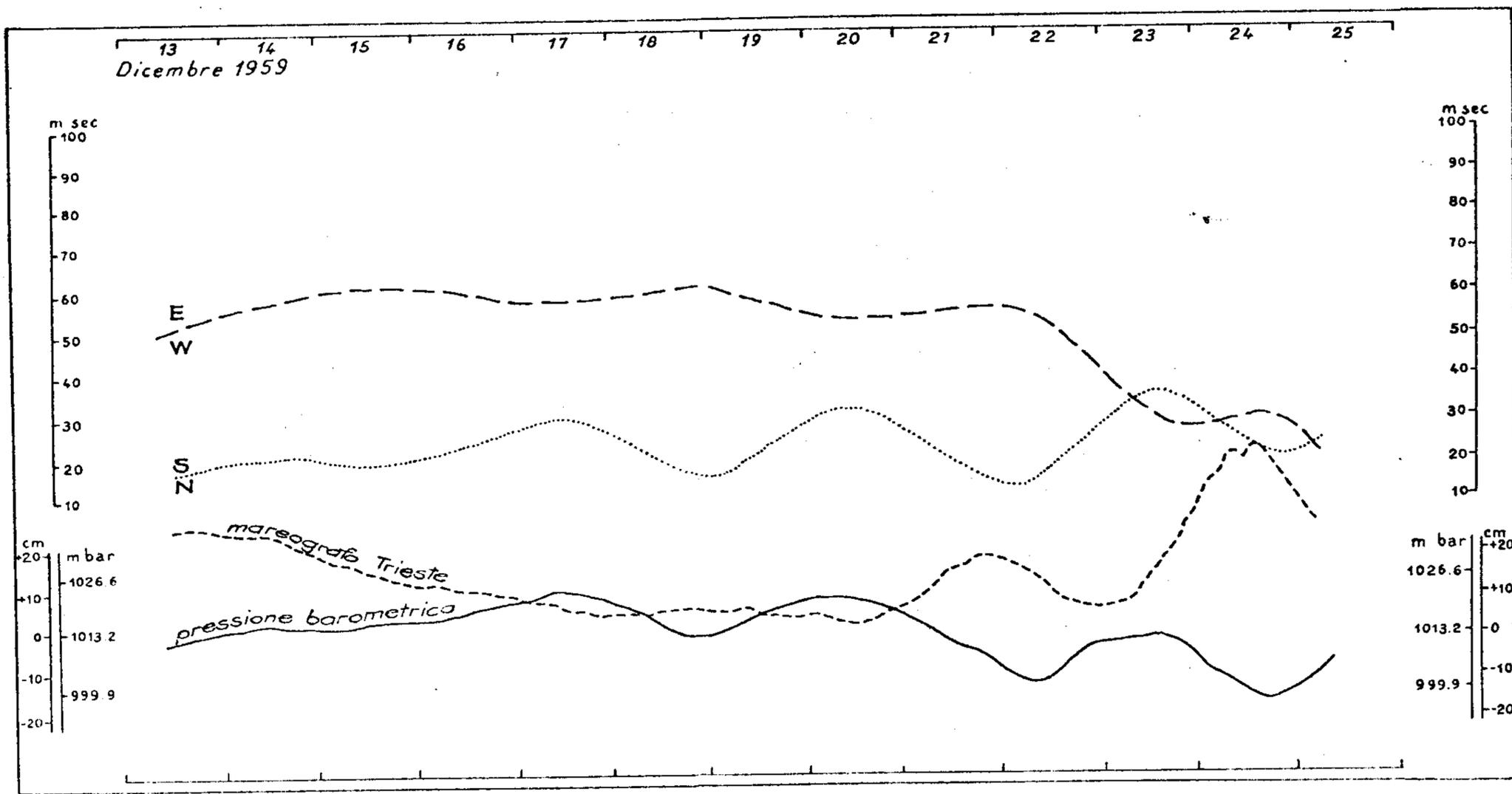
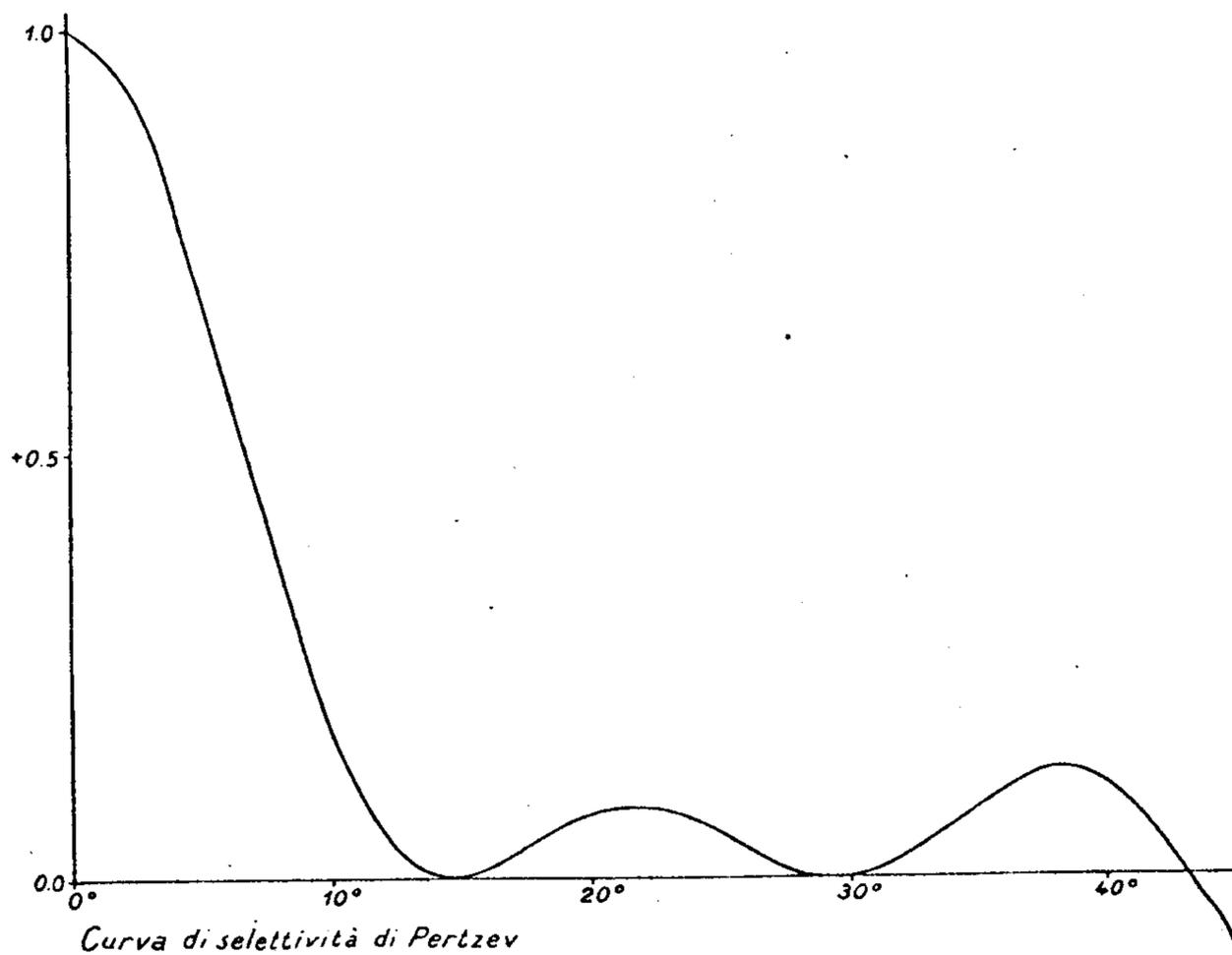
Precedenti determinazioni del modulo di rigidità degli strati superficiali della crosta hanno forniti i valori di $\mu = 0,617 \times 10^{12}$ (E. Nishimura, 1950) per le isole del Giappone; e di $\mu = 0,43 \times 10^{12}$ (Tomaschek, 1957), per le isole Shetland. La notevole diversità fra questi valori è da mettere in relazione, come osserva Tomaschek, con la diversa natura tettonica delle due regioni: prossima la prima all'Oceano Pacifico, dove lo strato del granito manca quasi completamente, in corrispondenza dello zoccolo continentale la seconda.

Non fa dunque meraviglia che anche nel caso della stazione della Grotta Gigante, situata in regione di tettonica continentale recente, il valore del modulo di rigidità risulti piuttosto piccolo.

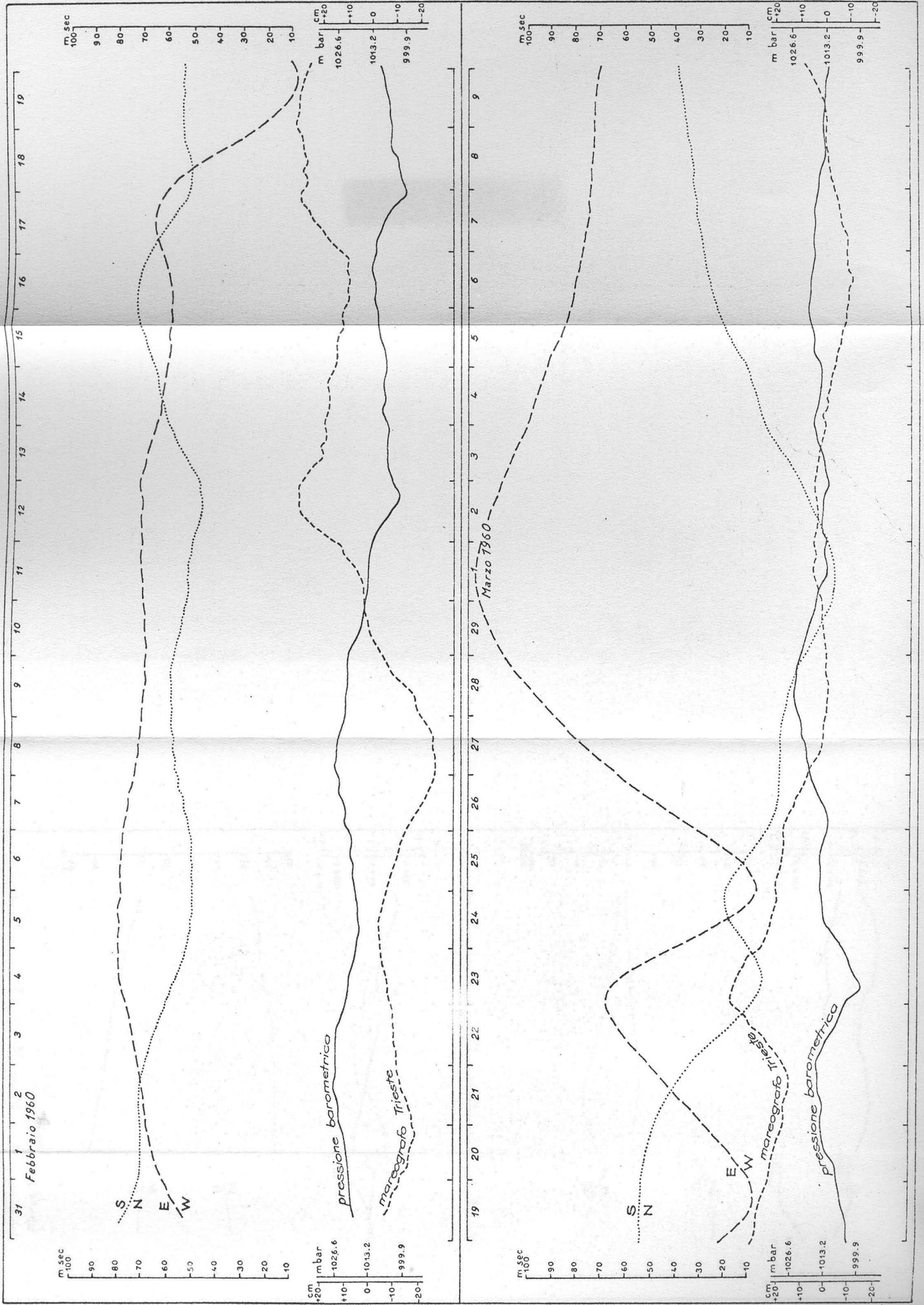
BIBLIOGRAFIA

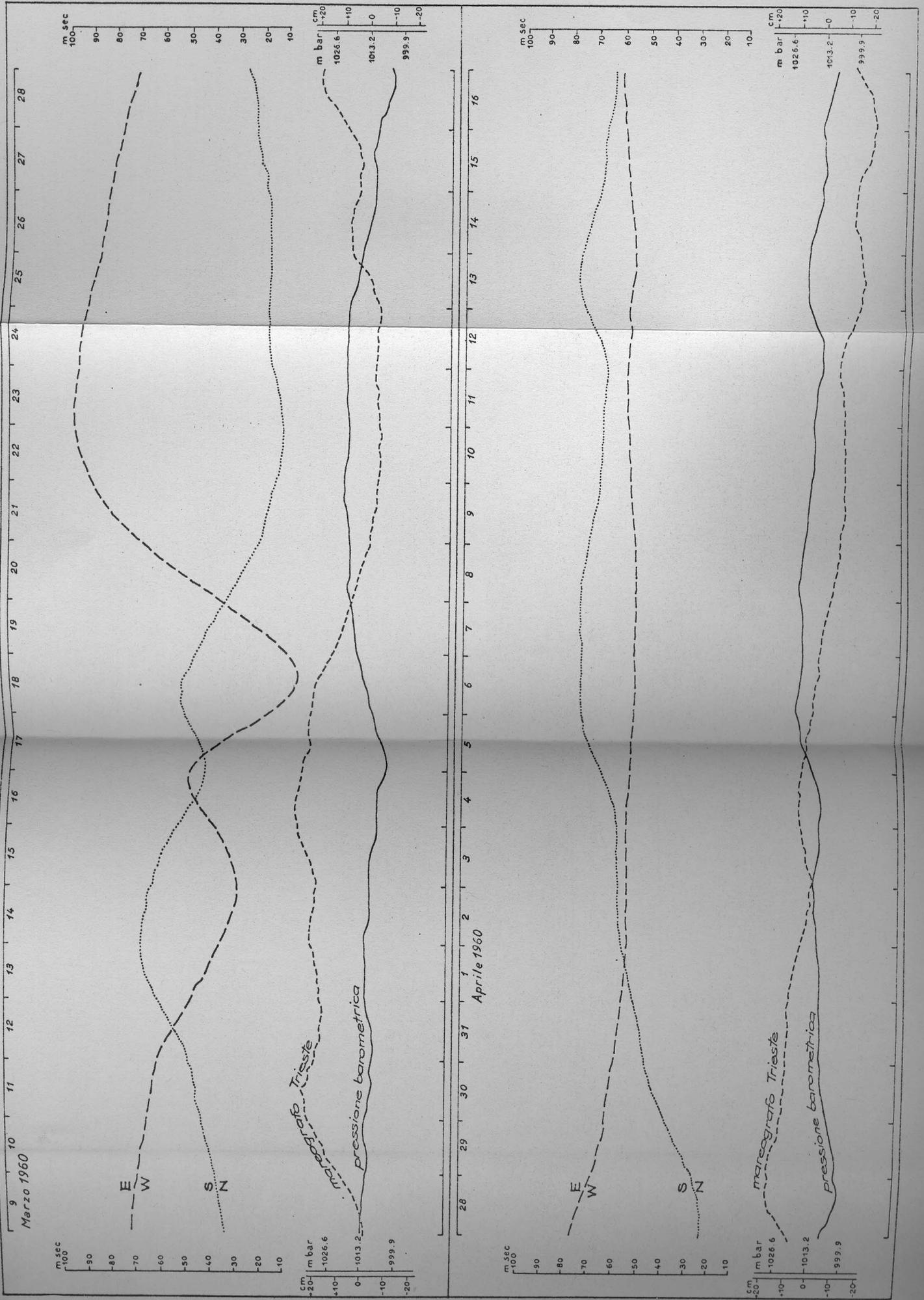
- JOBERT G. (1960): *Perturbations des marées terrestres: 1. Deformations dues a des efforts superficiels; 2. Deformations d'origine thermique*. Annales de Géophysique, T. 16, n° 1, 1960.
- LAMB H. (1917): *On the deflection of the vertical by tidal loading of the Earth's surface*. Proc. Royal Soc., Vol. 93, 1917.
- MARUSSI A. (1959): *The University of Trieste station for the study of the tides of the vertical in the Grotta Gigante*. III Intern. Symposium on Earth Tides, Trieste, 1960.
- MATSUMURA M. (1931): *On the settlement of the elastic foundation*. Journal of Civil Engineering Soc., Vol. 17 (1931).
- MATSUMURA M. (1931): *Effect of variation of modulus of elasticity on settlement of elastic foundation*. Journal of Civil Engineering Soc., Vol. 17 (1931).
- MELCHIOR P.J. (1954): *Application de la méthode de Corkan à l'analyse des observations des marées terrestres à Freiberg (Saxe)*. Acad. Roy. Belg., Bull. Cl. Sc., XL, 1954.
- NISHIMURA E. (1950): *On Earth Tides: 1. Rigidity of the upper mantle of the Earth; 6. Elastic anisotropy of the Earth's upper mantle*. Trans. Amer. Geoph. Un., Vol. 31, n° 3, June 1950.
- NISHIMURA G. (1932): *On the deformation of semi-infinite elastic body having a surface layer due to the surface loading*. Bull. Earth. Res. Inst., Tokyo Univ., Vol. 10, 1932.
- PERTZEV B.P. (1957): *On the calculation of the drift curve in observation of bodily tides*. Bull. Inform. n° 5 de la Comm. d'Etude des Marées Terrestres: Observ. Royal de Belgique, Uccle, 1957.

- POLLI S.** (1959) : *La propagazione delle maree nell'Adriatico*. Congresso Soc. Ital. Geofisica, Roma, 1959.
- REFORD M.S.** (1957) : *Tidal variations of gravity*. Trans. Amer. Geoph. Union, Vol. 32, n° 2, 1951.
- ROSENHEAD L.** (1929) : *The annual variation of latitude*. Monthly Not. Astron. Observ. Greenwich, Geophysical Series, II, n° 3, 1929.
- SLICHTER L.B., CAPUTO M.** (1960): *Deformation of an Earth model by surface pressures*. Journal of Geophysical Research, in corso di stampa.
- TAKAHASI R.** (1929) : *Tilting motion of the Earth crust caused by tidal loading*. Bull. Earth. Res. Ist., 6, 1929.
- TERAZAWA K.** (1917) : *On periodic disturbance of level arising from the load of neighbouring oceanic tides*. Phil. Trans. Royal Soc. London, Vol. 217, 1917.
- TOMASCHEK R.** (1957) : *Measurements of tidal gravity and load deformations on Unst (Shetlands)*. Geofisica pura ed applicata, Vol. 37, 1957.

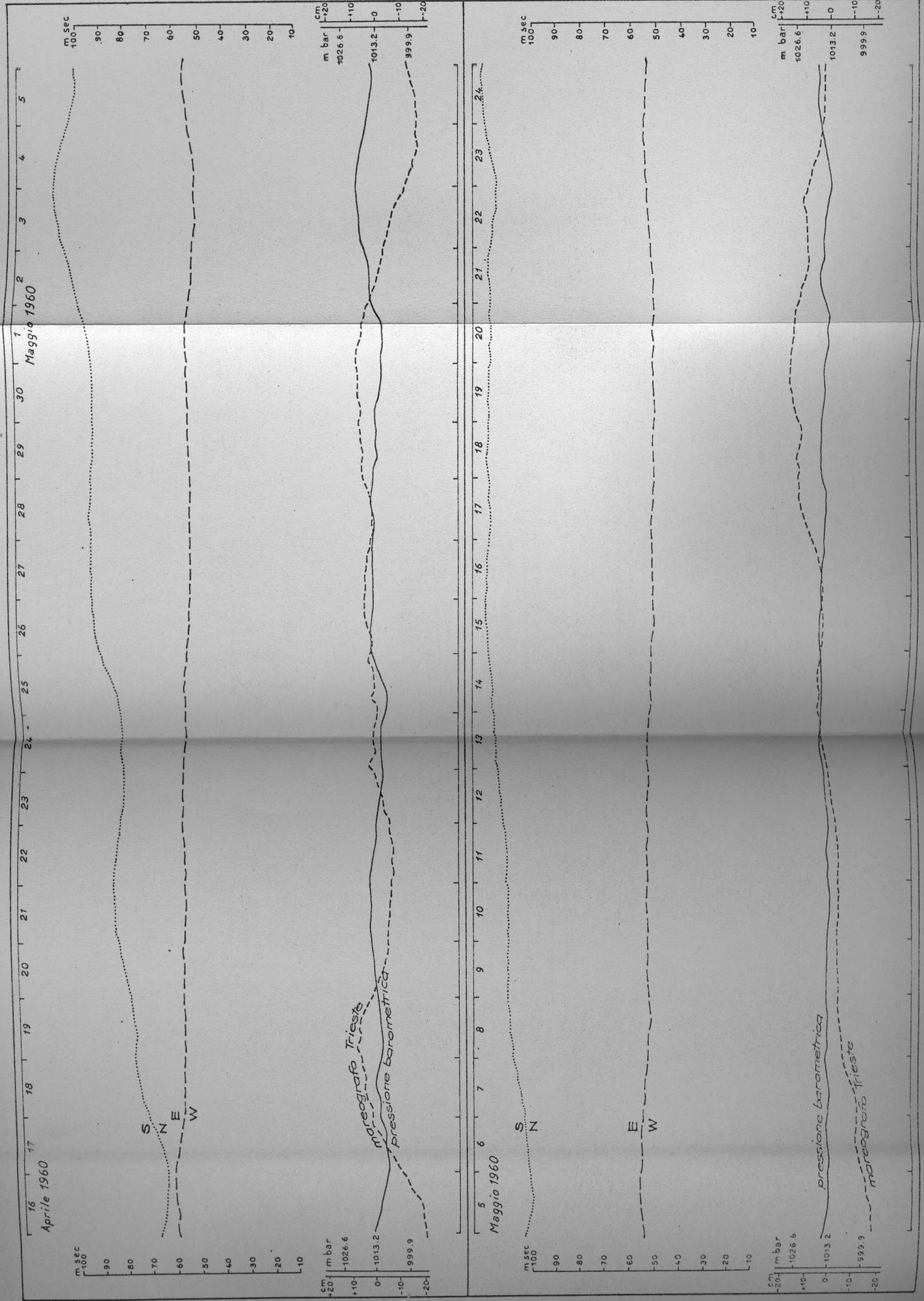


Derive dei pendoli, pressione barometrica e livello del mare a Trieste.



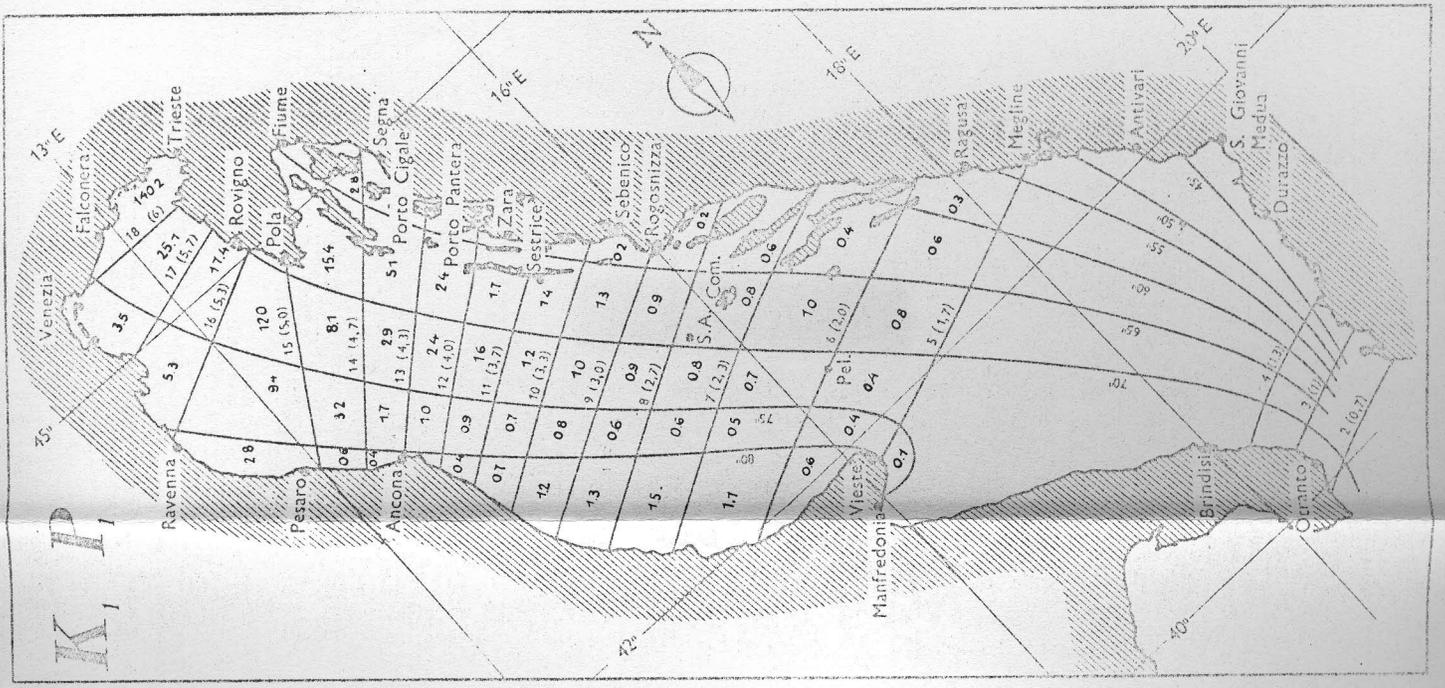
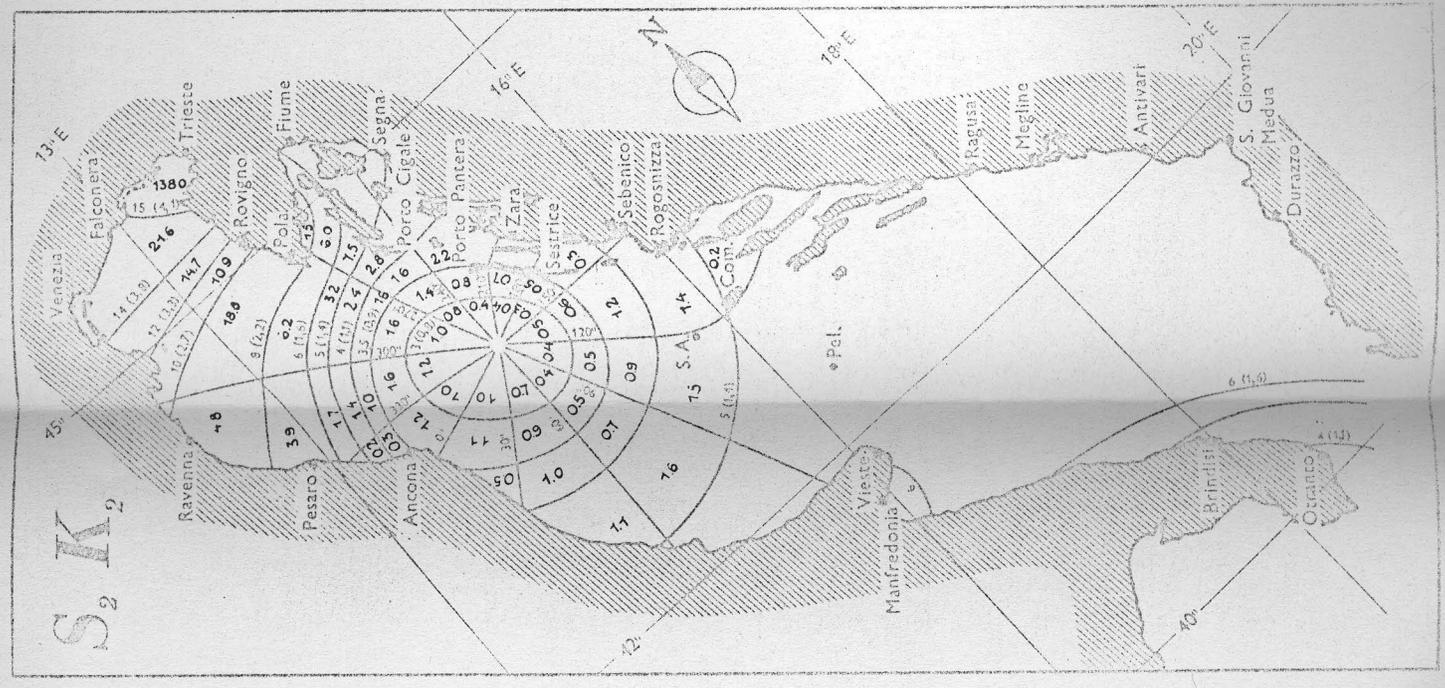
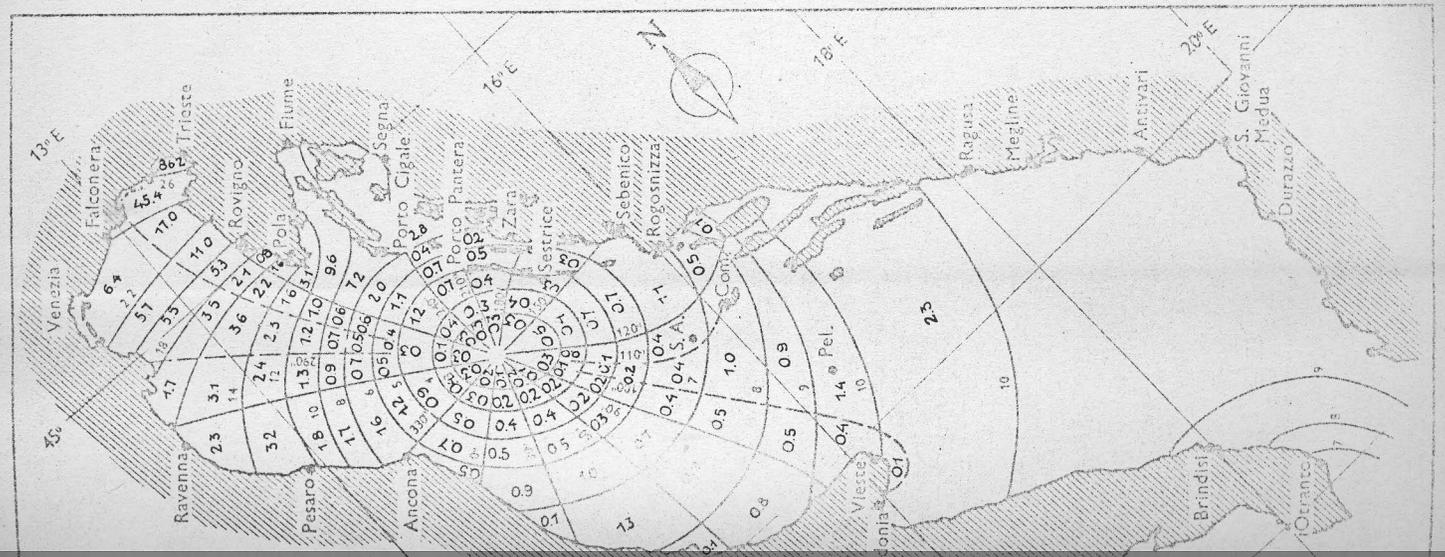


Derive dei pendoli, pressione barometrica e livello del mare a Trieste.



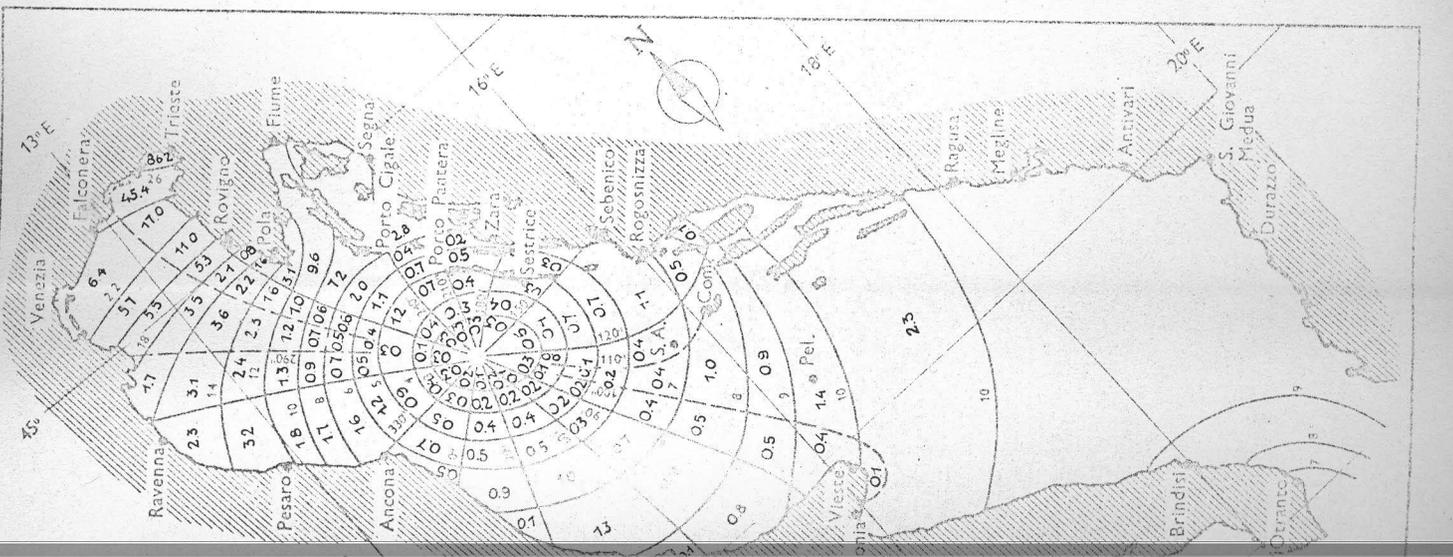
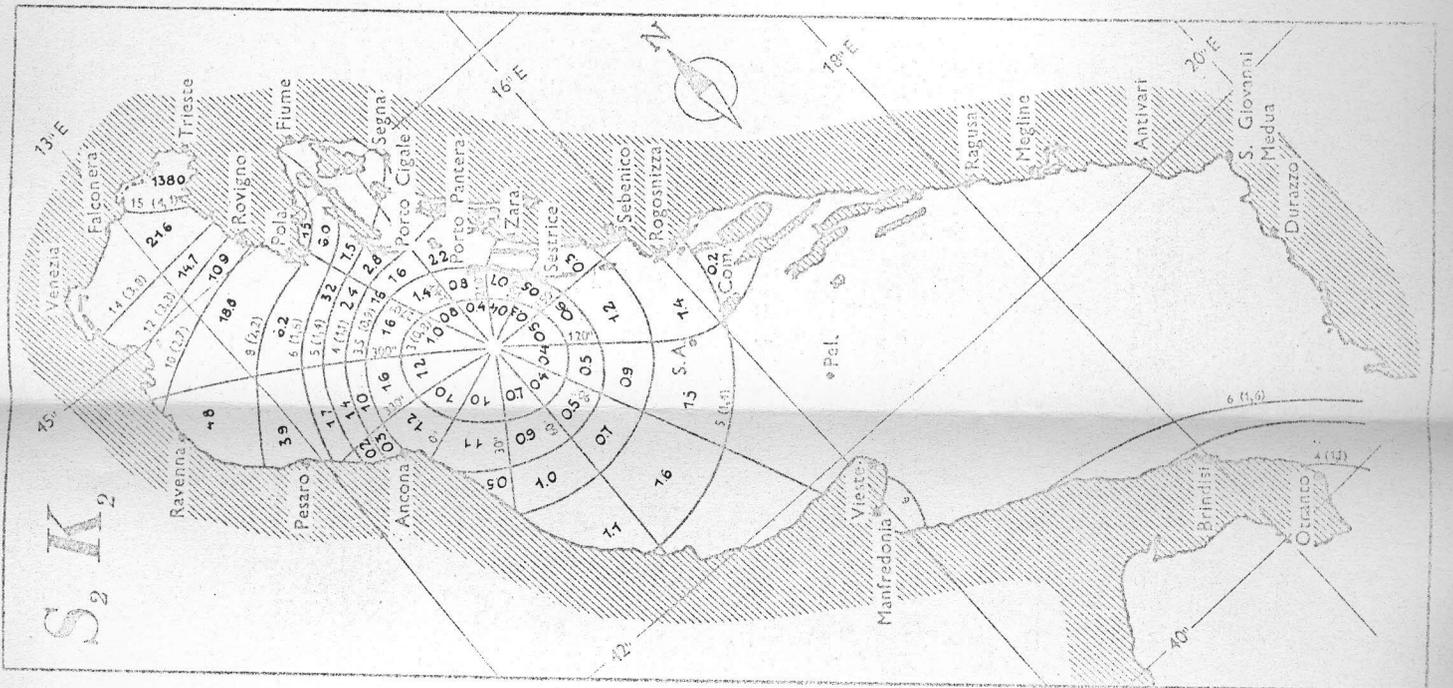
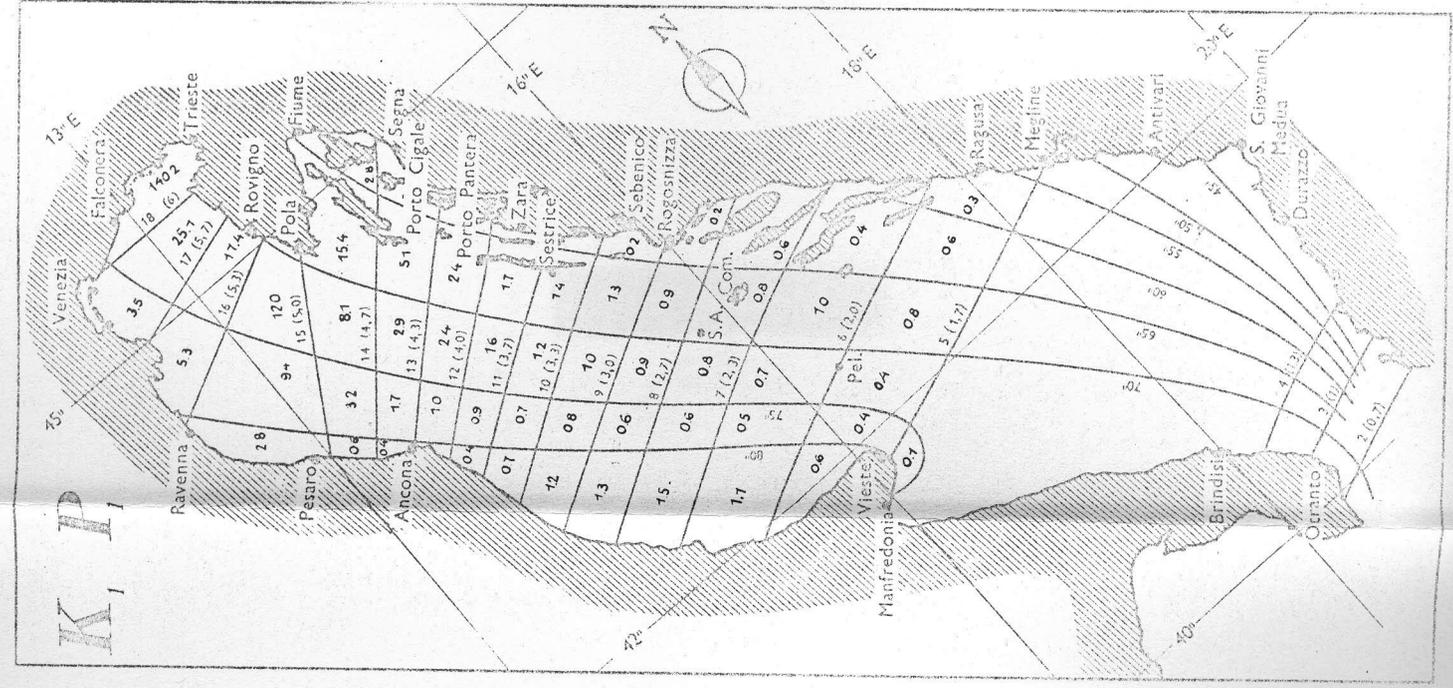
Derive dei pendoli, pressione barometrica e livello del mare a Trieste.

COMPONENTE N. - S.



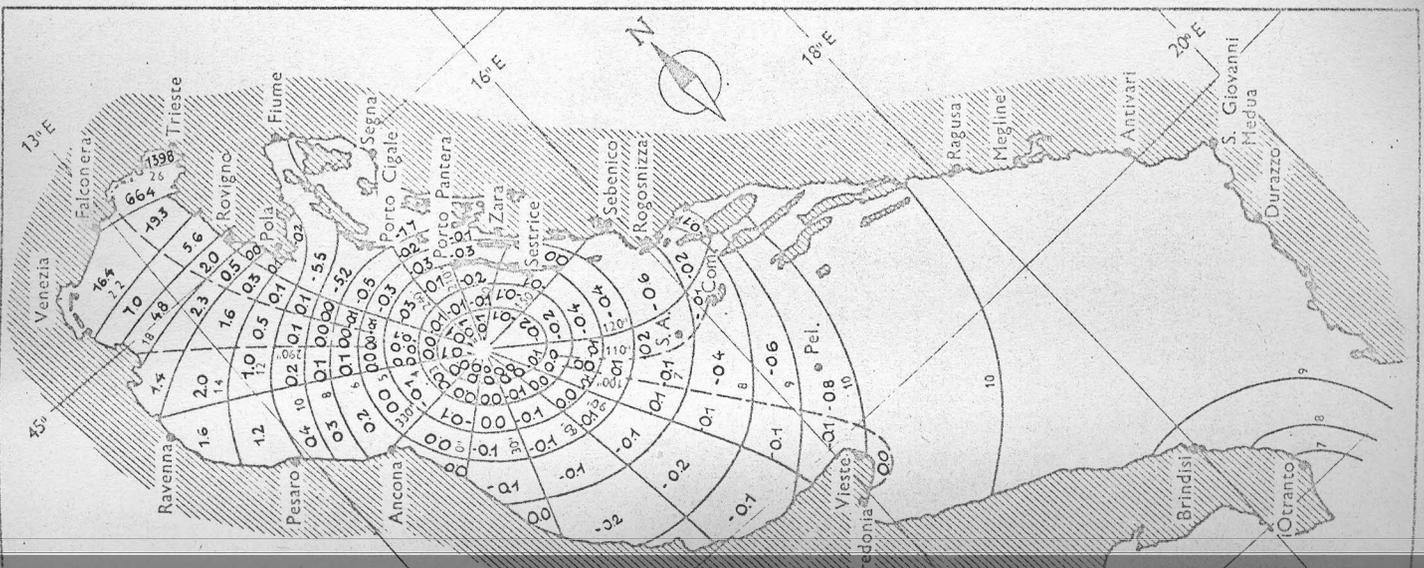
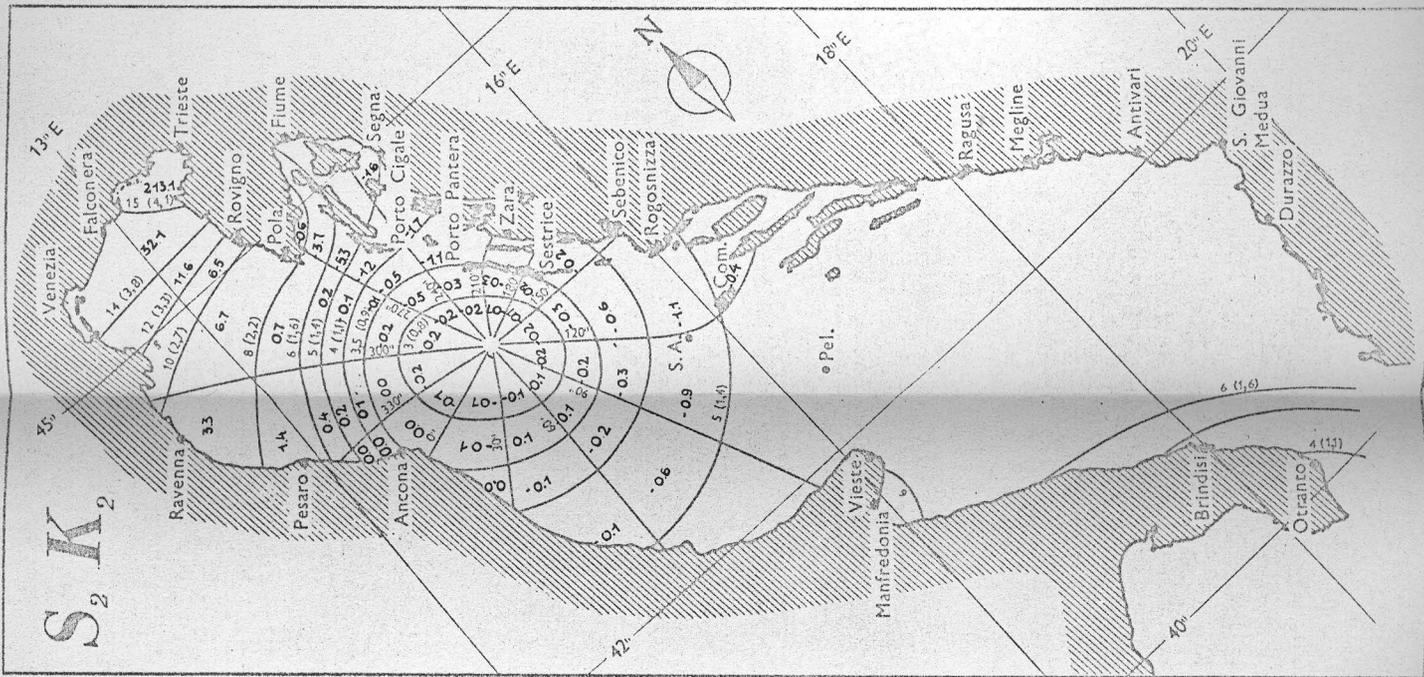
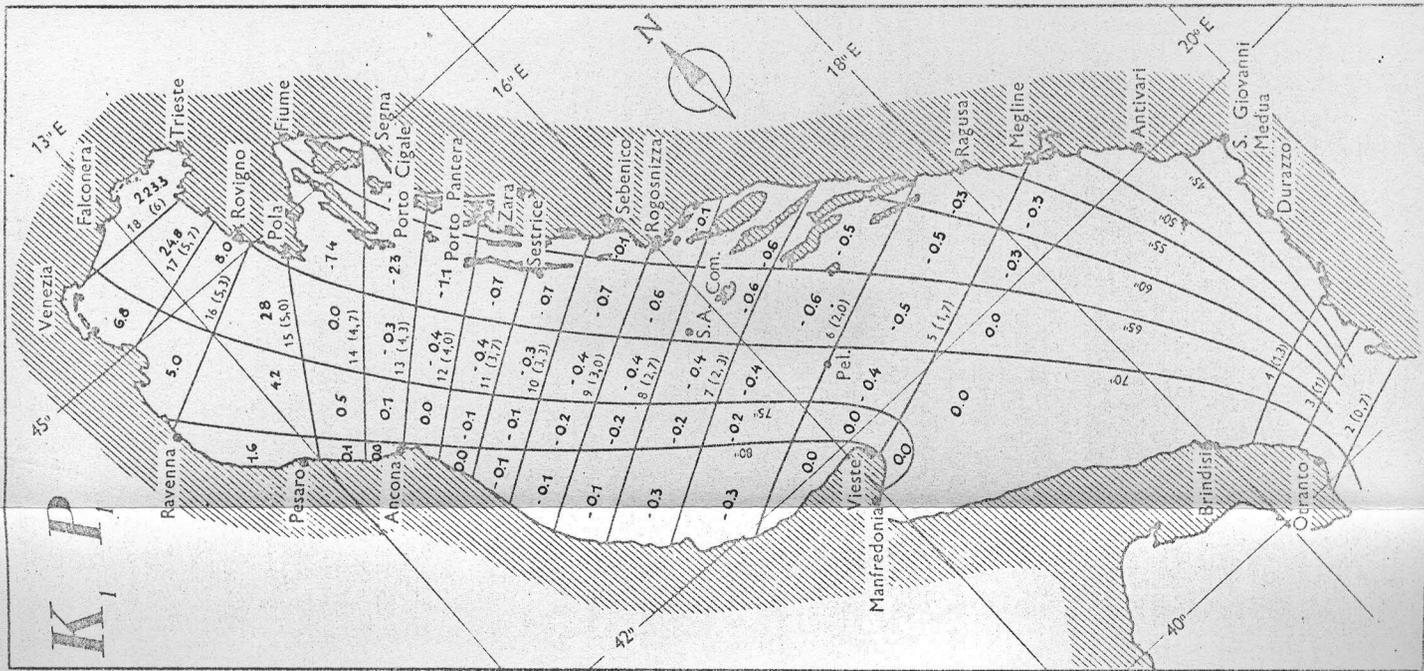
Cottali e linee di eguale ampiezza di marea.
Deviazioni della verticale nella Grotta Gigante in 0,206 p. sec per cm di marea.

COMPONENTE N. - 5.



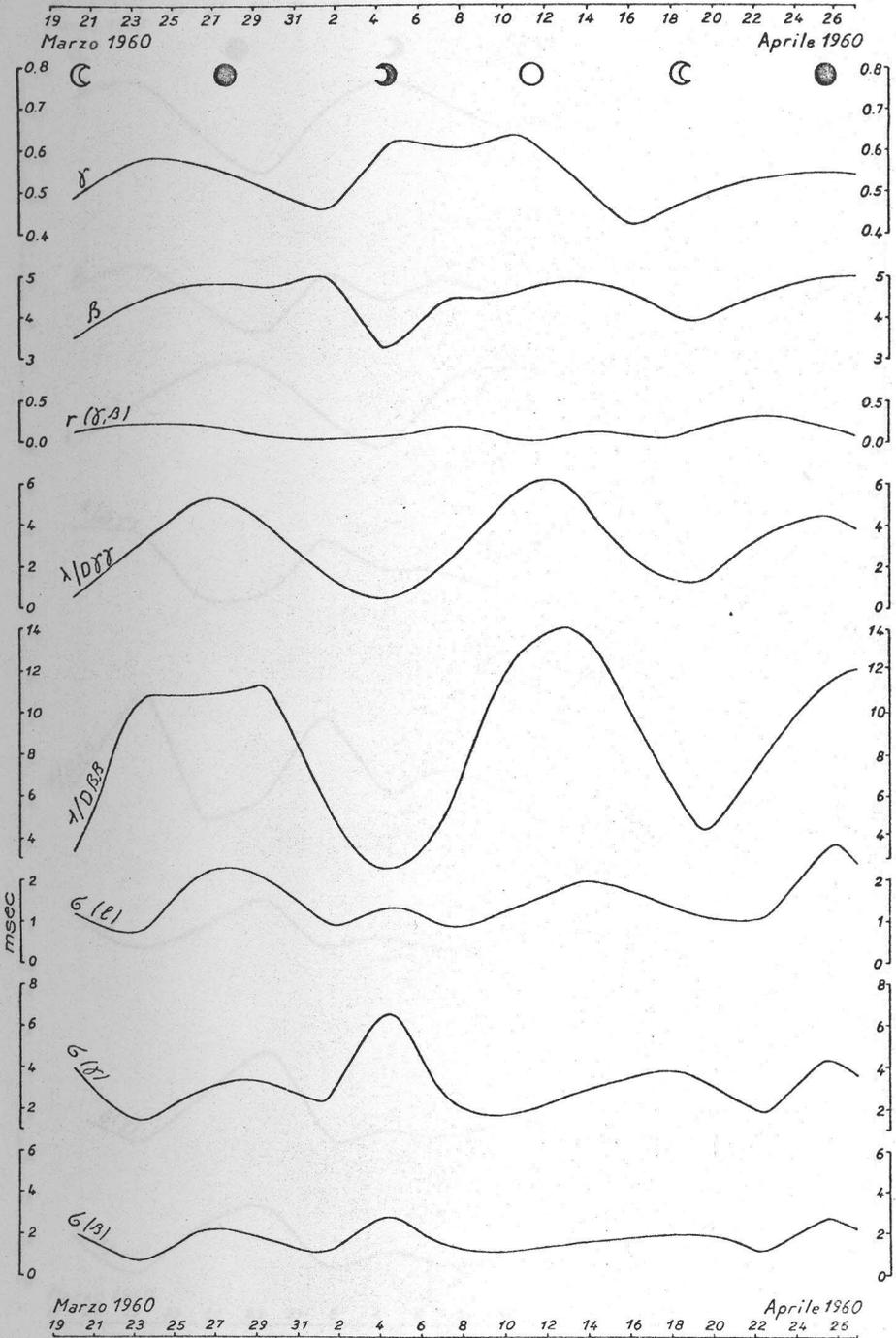
Contorni e linee di uguale ampiezza di marea. Deviazioni della verticale nella Grotta Gigante in 0.200 sec per cm di marea.

COMPONENTE E. E.



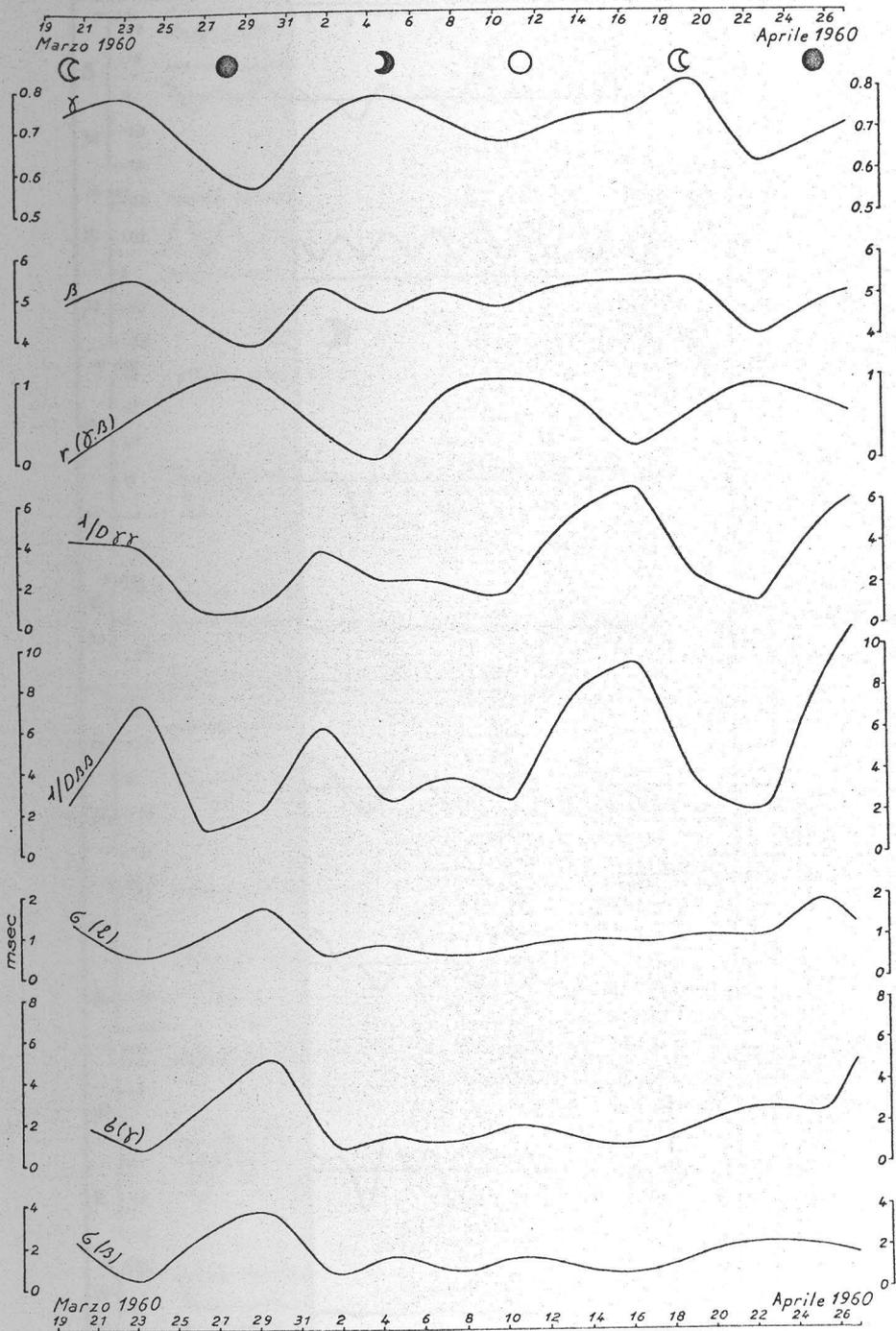
Cotidali e linee di uguale ampiezza di marea.
Deviazioni della verticale nella Grotta Gigante in 0.206 u sec. per cm di marea.

COMPONENTE N. - S.

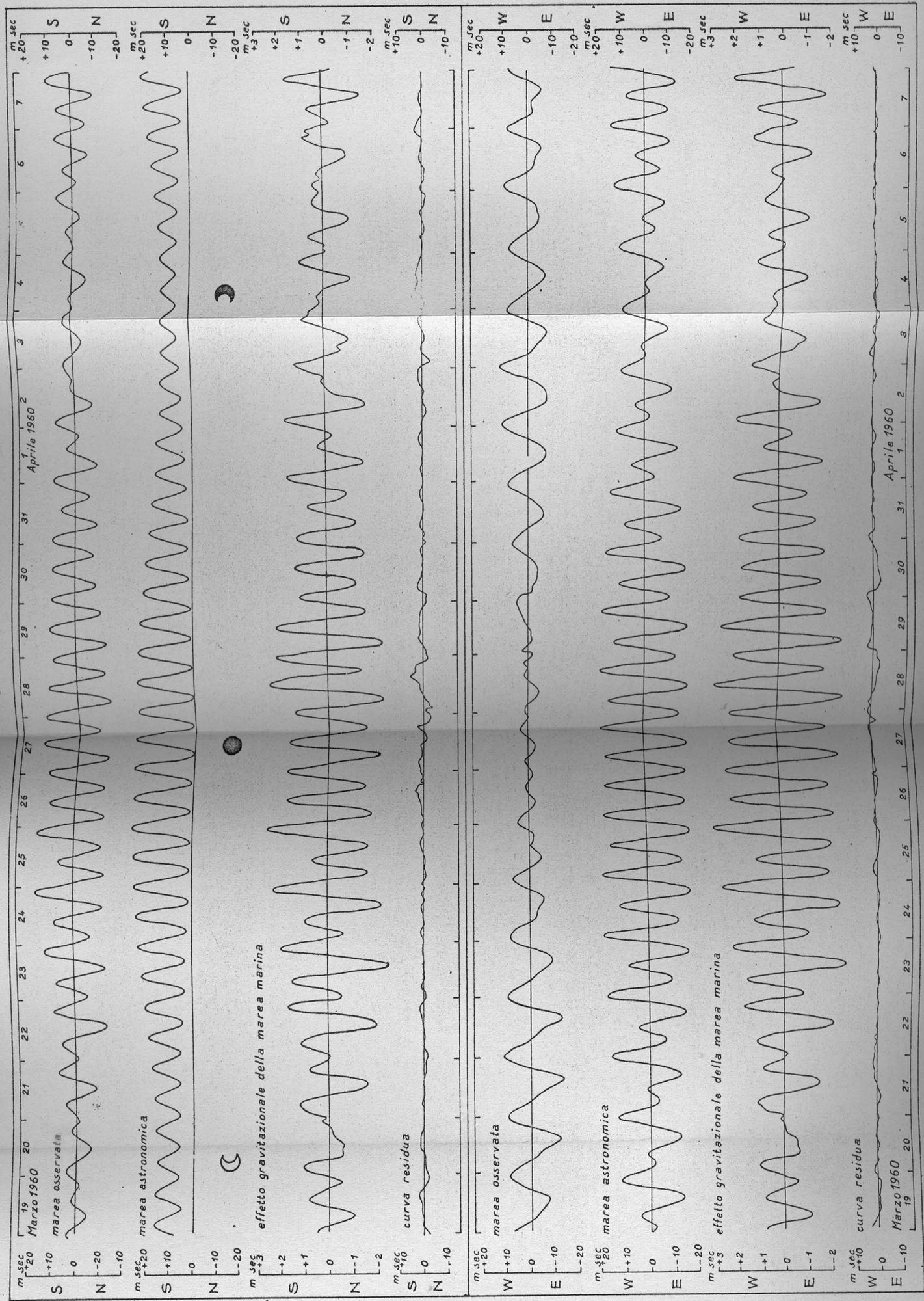


Coefficienti γ e β , coefficienti di correlazione $r(\gamma, \beta)$, pesi a priori $1/D_{\gamma\gamma}$ $1/D_{\beta\beta}$ di γ e di β , scarto quadratico medio $\sigma(l)$ dei residui, scarti quadratici medi $\sigma(\gamma)$ e $\sigma(\beta)$ di γ e di β .

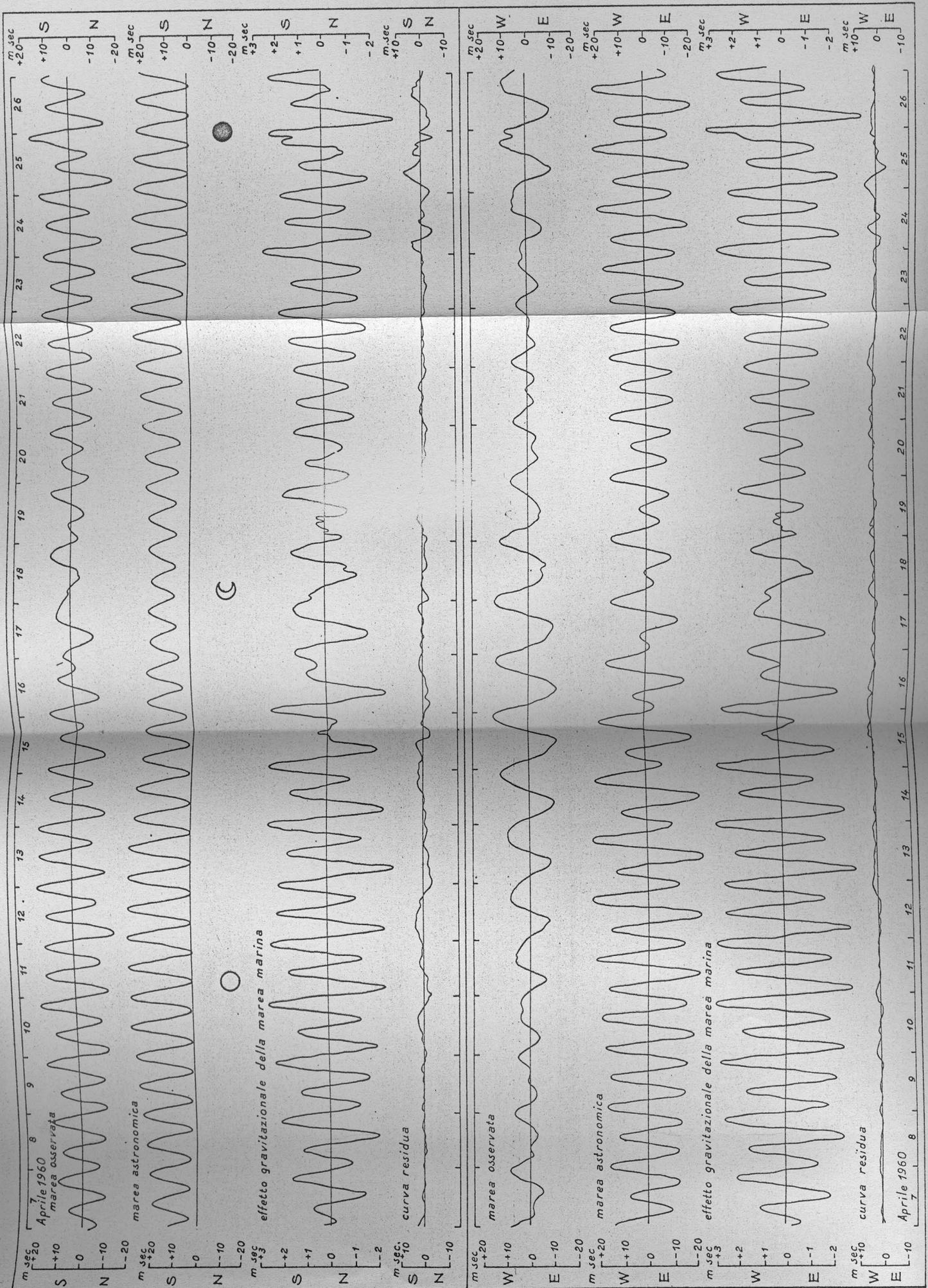
COMPONENTE E. - W.



Coefficienti γ e β , coefficiente di correlazione $r(\gamma, \beta)$, pesi a priori $1/D_{\gamma\gamma}$, $1/D_{\beta\beta}$ di γ e di β , scarto quadratico medio $\sigma(l)$ dei residui, scarti quadratici medi $\sigma(\gamma)$ e $\sigma(\beta)$ di γ e di β .



Marea osservata, marea astronomica, effetto gravitazionale della marea marina, e curva residua.



Marea osservata, marea astronomica, effetto gravitazionale della marea marina, e curva residua.